

**Перечень теоретических и практических заданий к экзамену
по ПОД.09 Математика: алгебра, начала математического
анализа, геометрия
(1 курс, 1 семестр 2022-2023 уч. г.)**

Форма контроля: Контрольная работа (Информационно-аналитический)

Описательная часть: Выполнить один теоретический и два практических задания

Перечень теоретических заданий:

Задание №1

Найти работу силы F на перемещении s , если $|F| = 3$, $|s| = 8$, $\angle(F, s) = 60^\circ$.

Оценка	Показатели оценки
3	Записана формула работы силы.
4	Записана формула работы силы. Подставлены значения S и F , а также $\cos 60^\circ$.
5	Записана формула работы силы. Подставлены значения S и F , а также $\cos 60^\circ$. Получен результат.

Задание №2

Найти работу силы F на перемещении s , если $|F| = 3$, $|s| = 8$, $\angle(F, s) = 60^\circ$.

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

Задание №3

Найти работу силы F на перемещении s , если $|F| = 3$, $|s| = 8$, $\angle(F, s) = 60^\circ$.

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

Задание №4

Ответьте на вопросы:

1. Какая функция называется показательной?
2. Какова область определения функции $y=0,3^x$?
3. Какова область определения показательной функции?
4. Какова область значения функции $y=0,3^x$?
5. Какими свойствами может обладать функция?
6. Дайте определение возрастающей, убывающей функции.
7. При каком условии показательная функция является возрастающей?
8. При каком условии показательная функция является убывающей?
9. Возрастает или убывает показательная функция

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad y = 4^x$$

Оценка	Показатели оценки
3	Даны ответы на 4-5 вопросов.
4	Даны ответы на 6-7 вопросов.
5	Даны ответы на 8-9 вопросов.

Задание №5

Решить квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом: $2x^2 - 6x + 9 = 0$

Записать формулы для вычисления дискриминанта и корней квадратного уравнения.

Оценка	Показатели оценки
3	Записаны формулы для вычисления дискриминанта и корней квадратного уравнения, вычислен дискриминант, равный -36.
4	Записаны формулы для вычисления дискриминанта и корней квадратного уравнения, вычислен дискриминант, равный -36. Вычислен корень квадратный из -36, получено значение $\pm 6i$.

5	Записаны формулы для вычисления дискриминанта и корней квадратного уравнения, вычислен дискриминант, равный -36. Вычислен корень квадратный из -36, получено значение $6i$. Вычислены корни квадратного уравнения: $x_1 = 3/2 - (3/2)i$; $x_2 = 3/2 + (3/2)i$.
---	---

Задание №6

Дать определение комплексного числа, дать понятие действительной и мнимой частей комплексного числа, коэффициента при мнимой части. Изобразить на плоскости число $z=3-2i$

Оценка	Показатели оценки
3	Комплексным числом называется выражение вида $a + ib$, где a и b – любые действительные числа, i – число, которое называется мнимой единицей.
4	Комплексным числом называется выражение вида $a + ib$, где a и b – любые действительные числа, i – число, которое называется мнимой единицей. Действительное число a называется действительной частью комплексного числа z , bi – мнимая часть комплексного числа, действительное число b называется коэффициентом при мнимой части комплексного числа z .
5	Комплексным числом называется выражение вида $a + ib$, где a и b – любые действительные числа, i – число, которое называется мнимой единицей, $i^2 = -1$. Действительное число a называется действительной частью комплексного числа z , bi – мнимая часть комплексного числа, действительное число b называется коэффициентом при мнимой части комплексного числа z . Изображено число $3-2i$ на плоскости.

Задание №7

Определить, при каких значениях x существует данный логарифм?

$$\log_5(7 - x)$$

$$\log_2(9 - x^2)$$

$$\log_4 \frac{5 - x}{2x + 4}$$

$$\log_3(x^2 - 4x + 4)$$

Оценка	Показатели оценки
3	Дан ответ для двух логарифмов.
4	Дан ответ для трех логарифмов.
5	Дан ответ для четырех логарифмов.

Задание №8

Выполнить тест (каждый правильный ответ 1 балл):

- Упорядоченное множество, отличающееся только порядком элементов, называется
 - перестановкой
 - размещением
 - сочетанием
 - разностью
- Упорядоченное подмножество из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга либо самими элементами либо порядком их расположения, называется ...
 - сочетанием
 - размещением
 - перестановкой
 - разностью
- ... из n элементов по m называется любое подмножество из m элементов, которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.
 - перестановкой
 - размещением
 - сочетанием
 - разностью
- Событие, которое обязательно произойдет, называется ...
 - невозможным
 - достоверным
 - случайным
 - достоверным и случайным
- Событие называется ..., если оно не может произойти в результате данного испытания.
 - случайным
 - невозможным
 - достоверным
 - достоверным и случайным
- Событие A и $\bar{A}$ называется ..., если непоявление одного из них в результате данного испытания влечет появление другого.
 - совместным
 - несовместным
 - противоположным

- г) несовместным и противоположным
7. Вероятность достоверного события
- больше 1
 - равна 1
 - равна 0
 - меньше 1
8. Вероятность невозможного события равна
- больше 1
 - равна 1
 - равна 0
 - меньше 1
9. Отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний называется
- классической вероятностью
 - относительной частотой
 - физической частотой
 - геометрической вероятностью
10. Отношение меры области, благоприятствующей появлению события, к мере всей области называется
- геометрической вероятностью
 - классической вероятностью
 - относительной частотой
 - физической частотой
11. Вероятность появления события A определяется неравенством
- $0 < P(A) < 1$
 - $0 \leq P(A) \leq 1$
 - $0 < P(A) \leq 1$
 - нет верного ответа
12. Сумма вероятностей противоположных событий равна
- 1
 - 0
 - 1
 - 2

Оценка	Показатели оценки
3	Набраны 6-8 баллов
4	Набраны 9-10 баллов
5	Набраны 11-12 баллов

Перечень практических заданий:

Задание №1

Вычислить сумму, разность, произведение и частное двух комплексных чисел: $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 - 7i$.

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

3	Вычисление суммы, разности двух комплексных чисел.
4	Вычисление суммы, разности, произведения двух комплексных чисел.
5	Вычисление суммы, разности, произведения и частного двух комплексных чисел.

Задание №2

Вычислить сумму, разность и произведение приближенных чисел, считая, что слагаемые даны с точностью до единицы последнего разряда:

1) $117,55 + 24,71 + 18,88$

2) $13,752 - 2,524$

3) $4,26 \cdot 7,12$

Оценка	Показатели оценки
3	Вычисление суммы приближенных чисел.
4	Вычисление суммы и разности приближенных чисел.
5	Вычисление суммы, разности и произведения приближенных чисел.

Задание №3

Найти x и y из условия равенства двух комплексных чисел: $3y+5xi=15-7i$

Оценка	Показатели оценки
3	Составление системы двух линейных уравнений, приравнивая действительные части чисел и коэффициенты при мнимой единице i .
4	Составление системы двух линейных уравнений, приравнивая действительные части чисел и коэффициенты при мнимой единице i . Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными.
5	Составление системы двух линейных уравнений, приравнивая действительные части чисел и коэффициенты при мнимой единице i . Решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными. Запись ответа в виде пары чисел (x,y) .

Задание №4

Вычислить, пользуясь определением логарифма и основными свойствами:

1) $\log_2 64$; 2) $\log_4 32$; 3) $\log_3 27^2$; 4) $\lg (1/100)$; 5) $5^{\log_5 125}$; 6) $10^{\lg 15}$

Оценка	Показатели оценки
3	Вычисление логарифмов 1), 2), 3).

4	Вычисление логарифмов 1), 2), 3), 4).
5	Вычисление логарифмов 1), 2), 3), 4), 5), 6).

Задание №5

$$\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{\frac{2}{243}}; \text{ б) } \frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{9}} \cdot \sqrt[4]{729}; \text{ в) } 0,75\sqrt[3]{9} : \left(0,25\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}\right); \text{ г) } \sqrt[3]{1\frac{1}{8}} : \sqrt[3]{2\frac{2}{3}}.$$

Вычислите: а)

Оценка	Показатели оценки
3	Выполнены два задания.
4	Выполнены три задания.
5	Выполнены четыре задания.

Задание №6

Выполнить преобразования и вычислить: 1) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$; 2) $\log_{10} 8 + \log_{10} 125$;
3) $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$; 4) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$.

Оценка	Показатели оценки
3	Выполнение заданий 1), 2).
4	Выполнение заданий 1), 2), 3).
5	Выполнение заданий 1), 2), 3), 4).

Задание №7

Найти полезную площадь комнаты, если известно, что длина комнаты 6,2 м (+0,05) и ширина ее 4,8 м (+0,05), при этом в комнате имеется печка, занимающая площадь 1,4 кв. м (+0,05). Округлить полученный результат до десятых.

Оценка	Показатели оценки
3	Вычисление общей площади комнаты как произведения приближенных чисел (длины комнаты на ширину)
4	Вычисление общей площади комнаты как произведения приближенных чисел. Нахождение разности между общей площадью комнаты и площадью, которую занимает печка.

5	Вычисление общей площади комнаты как произведения приближенных чисел. Нахождение разности между общей площадью комнаты и площадью, которую занимает печка. Округление полученного результата до десятых.
---	--

Задание №8

Вычислите:

$$1. \sqrt{\log_3 81^9} - 4 \log_9 \sqrt{3}$$

$$2. 3^{\log_5 7 - 2 \log_5 7}$$

$$3. \text{Вычислите } \log_6 5, \text{ если } \log_3 2 = x, \lg 2 = y$$

Оценка	Показатели оценки
3	Выполнено одно задание.
4	Выполнены два задания.
5	Выполнены три задания.

Задание №9

Решить линейное неравенство: $-(x+8) > -3(2-5x)$, записать ответ в виде интервала, изобразить множество решений на числовой прямой.

Оценка	Показатели оценки
3	Решение линейного неравенства: $-(x+8) > -3(2-5x)$, запись ответа в виде $ax > b$.
4	Решение линейного неравенства $-(x+8) > -3(2-5x)$, запись ответа в виде интервала.
5	Решение линейного неравенства $-(x+8) > -3(2-5x)$, запись ответа в виде интервала, изображение множества решений на числовой прямой.

Задание №10

Используя графический метод, решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 6x + 2 > 3x - 4 \\ 2x + 1 > 4x - 7 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Верно нашли множество решений каждого неравенства.

4	Верно нашли множество решений каждого неравенства, изобразили на числовой прямой множества решений неравенств.
5	Верно нашли множество решений каждого неравенства, изобразили на числовой прямой множества решений неравенств, записали общее множество решений.

Задание №11

Решить систему двух уравнений методом подстановки, изобразить решение на координатной плоскости

$$1) \begin{cases} 5x - 7y = 3, \\ 6x + 5y = 17; \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Организована подстановка, выражена одна переменная через другую.
4	Организована подстановка, выражена одна переменная через другую. Найдена вторая переменная, записан ответ.
5	Организована подстановка, выражена одна переменная через другую. Найдена вторая переменная, записан ответ. Изображено решение системы уравнений на координатной плоскости.

Задание №12

Решить задачи:

Билет на проезд в маршрутном такси по городу стоил 25 р. После повышения цен билет стал стоить 30 р. На сколько процентов повысилась цена билета?

1

Компьютер, состоящий из системного блока и монитора, стоит 12 000 р. При этом монитор стоит в 2 раза дешевле системного блока. Сколько стоит монитор (в рублях)?

2.

Сколько банок краски необходимо купить для покраски пола актового зала площадью 80 м², если на этикетке банки указан расход краски: 1 банка на 6 м²?

3.

Оценка	Показатели оценки
3	Решена одна задача.
4	Решены две задачи.
5	Решены три задачи.

Задание №13

Решить задачи:

1. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(12;0,-1)$, $B(-1;5,3)$

Найти длину вектора $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{e}$, если

$$\vec{a} = (0;1;3), \vec{e} = (2;-2;1)$$

2.

3. Дано $\text{пр}_l \vec{a} = -2$; $\text{пр}_l \vec{b} = 1$. Вычислить: $\text{пр}_l(\vec{a} + \vec{b})$

4. Найти длину медианы, проведенной в треугольнике ABC из точки A, если $A(2, -1; 4)$, $B(3; 2; 6)$, $C(-5; 0; 2)$.

Оценка	Показатели оценки
3	Решены задачи 1, 2.
4	Решены задачи 1, 2, 3.
5	Решены задачи 1, 2, 3, 4.

Задание №14

Решить задачи:

1. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(12;0,-1)$, $B(-1;5,3)$

Найти длину вектора $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{e}$, если

$$\vec{a} = (0;1;3), \vec{e} = (2;-2;1)$$

2.

3. Дано $\text{пр}_l \vec{a} = -2$; $\text{пр}_l \vec{b} = 1$. Вычислить: $\text{пр}_l(\vec{a} + \vec{b})$

4. Найти работу силы F на перемещении s , если $|F| = 3$, $|s| = 8$, $\angle(F, s) = 60^\circ$.
5. Найти длину медианы, проведенной в треугольнике ABC из точки A, если A(2, -1; 4), B(3; 2; 6), C(-5; 0; 2).

Оценка	Показатели оценки
3	Решены задачи 1, 2, 3.
4	Решены задачи 1, 2, 3, 4.
5	Решены задачи 1, 2, 3, 4, 5.

Задание №15

Сформулировать определения:

1. Две прямые называются параллельными, если
2. Две прямые называются скрещивающимися, если
3. Две плоскости называются параллельными, если
4. Две плоскости называются перпендикулярными, если
5. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулированы три определения.
4	Сформулированы четыре определения.
5	Сформулированы пять определений.

Задание №16

Решить задачи:

1. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если одна на 26 см больше другой, а проекции наклонных равны 12 см и 40 см.
2. Из вершины прямого угла прямоугольного треугольника с катетами 15 см и 20 см восстановлен перпендикуляр. Длина перпендикуляра 16 см. Найти расстояния от концов перпендикуляра до гипотенузы.

Оценка	Показатели оценки
3	Решена одна задача, выполнен чертеж.

4	Решена одна задача, выполнен чертеж, вторая задача решена частично, чертеж выполнен.
5	Решены две задачи, выполнены чертежи.

Задание №17

1. Построить вектор $\mathbf{a} = \mathbf{AB}$, если $A(-1; -2)$, $B(4; 3)$.

Задать самостоятельно векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, построить вектор $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

3. Проверить, перпендикулярны ли векторы: $\mathbf{a} = (-3; 2)$ и $\mathbf{b} = (4; 6)$, используя формулу скалярного произведения векторов. Построить векторы, проверить, перпендикулярны ли они.

Оценка	Показатели оценки
3	Решена одна задача.
4	Решены две задачи.
5	Решены три задачи.

Задание №18

Решить задачи:

1. Площадь плоского многоугольника равна 150 см^2 . Найдите площадь проекции этого многоугольника на плоскость, составляющую с плоскостью многоугольника угол 60° .
2. Найдите площадь плоского многоугольника, если площадь его проекции равна 20 м^2 , а двугранный угол между плоскостью многоугольника и плоскостью его проекции равен 45° .

Оценка	Показатели оценки
3	Записана формула вычисления площади проекции плоской фигуры, решена одна задача.
4	Записана формула вычисления площади проекции плоской фигуры, решена одна задача. Вторая задача решена частично.
5	Записана формула вычисления площади проекции плоской фигуры, решены две задачи.

Задание №19

Решить задачи:

1. Найти работу силы F на перемещении s , если $|F| = 3$, $|s| = 8$, $\angle(F, s) = 60^\circ$.

2. Дан треугольник: $A(2;4;5)$, $B(-3;2;2)$, $C(-1;0;3)$. Покажите, что $\overline{CA} \perp \overline{BC}$.

Оценка	Показатели оценки
3	Решена одна задача.
4	Решена одна задача, для второй записаны необходимые формулы.
5	Решены две задачи.

Задание №20

Решить задачи:

1. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют 7 команд?
2. К кассе кинотеатра одновременно подошли 5 человек. Сколькими способами они могут выстроиться в очередь?
3. Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3 человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек?
4. В ювелирную мастерскую привезли 9 алмазов и 7 сапфиров. Ювелиру заказали браслет, в котором 5 алмазов и 2 сапфира. Сколькими способами он может выбрать камни на браслет?

Оценка	Показатели оценки
3	Решены две задачи
4	Решены три задачи
5	Решены четыре задачи

Задание №21

Решить задачи:

1. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
2. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными.
3. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 3 детали. Найти вероятность того, что 2 детали окажутся без брака.

Оценка	Показатели оценки
3	Решена одна задача
4	Решены две задачи

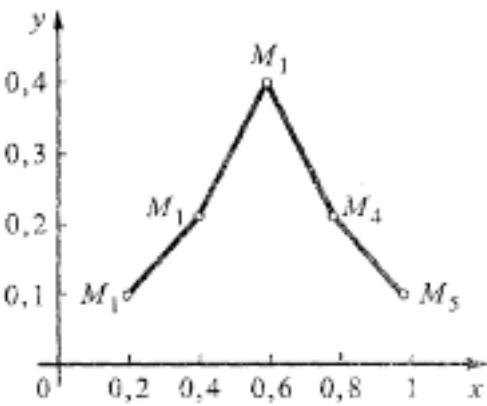
5	Решены три задачи
---	-------------------

Задание №22

Пример. Дискретная случайная величина X задается законом

X	0,2	0,4	0,6	0,8	1
P	0,1	0,2	0,4	p_4	0,1

Чему равна вероятность $p_4 = P(X = 0,8)$?
Построить многоугольник распределения.

Оценка	Показатели оценки
3	Вычислена вероятность $p_4=0,2$.
4	Вычислена вероятность $p_4=0,2$.. Построена прямоугольная система координат, обозначены точки с координатами (0,2; 0,1), (0,4 ; 0,2), (0,6; 0,4), (0,8; 0,2). (1; 0,1).
5	Вычислена вероятность $p_4=0,2$.. Построена прямоугольная система координат, обозначены точки с координатами (0,2; 0,1), (0,4 ; 0,2), (0,6; 0,4), (0,8; 0,2). (1; 0,1). Точки соединены отрезками прямых, т.е. построен многоугольник распределения: 

Задание №23

Пример. Дискретная случайная величина X задается законом

X	0,2	0,4	0,6	0,8	1
P	0,1	0,2	0,4	p_4	0,1

Чему равна вероятность $p_4 = P(X = 0,8)$?
Построить многоугольник распределения.

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

3	Вычислена вероятность $p_4=0,2$.
4	Вычислена вероятность $p_4=0,2$.. Построена прямоугольная система координат, обозначены точки с координатами $(0,2; 0,1)$, $(0,4; 0,2)$, $(0,6; 0,4)$, $(0,8; 0,2)$. $(1; 0,1)$.
5	Вычислена вероятность $p_4=0,2$.. Построена прямоугольная система координат, обозначены точки с координатами $(0,2; 0,1)$, $(0,4; 0,2)$, $(0,6; 0,4)$, $(0,8; 0,2)$. $(1; 0,1)$. Точки соединены отрезками прямых, т.е. построен многоугольник распределения: 