

**Перечень теоретических и практических заданий к экзамену
по ЕН.01 Математика
(1 курс, 1 семестр 2022-2023 уч. г.)**

Форма контроля: Контрольная работа (Сравнение с аналогом)

Описательная часть: по выбору выполнить три теоретических и пять практических задания

Перечень теоретических заданий:

Задание №1

Выполните тестовые задания:

1. Что называется функцией?

- a) число;
- b) правило, по которому каждому значению аргумента x в соответствии одно и только одно значение функции y ;
- c) вектор.

Ответ: _____

2. Функция называется непрерывной на отрезке $[a;b]$, если:

- a) функция не существует на этом отрезке;
- b) функция непрерывна в каждой точке этого отрезка;
- c) функция зависла на этом отрезке;

Ответ: _____

3. Точками разрыва функции называются точки, в которых

- a) нарушается непрерывность функции;
- b) нарушаются правила дорожного движения;
- c) нарушается последовательность чисел.

Ответ: _____

4. Что называется точкой перегиба функции?

- a) вектор; b) число; c) точку с координатами $(x_0; y_0)$ на кривой.

Ответ: _____

5. Точку перегиба функции находят:

- а) с помощью транспортира; б) с помощью производной; в) с помощью МЧС.

Ответ: _____

6. Чтобы кривая имела перегиб при $x=x_0$, необходимо:

- а) чтобы вторая производная в точке x_0 либо обращалась в нуль, либо не существовала;
б) чтобы функция не существовала; в) чтобы число не существовало.

Ответ: _____

7. Исследуйте функцию на точку перегиба с помощью производной:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

Ответ: _____

8. Всякая непрерывная на промежутке $(a; b)$ функция имеет на этом промежутке первообразную, а следовательно и:

- а) неопределенный интеграл; б) неопределенную функцию;
в) неопределенный объект.

Ответ: _____

9. Решите неопределенный интеграл:

$$\int x^3 dx \quad \text{Ответ: } \underline{\hspace{2cm}}$$

10. Определенный интеграл отличается от неопределенного тем, что это:

- а) число; б) фигура; в) промежуток времени.

Ответ: _____

11. Определенный интеграл существует, если функция:

- а) не существует; б) непрерывна на отрезке $[a; b]$; в) имеет точку разрыва.

Ответ: _____

12. Вычислите интеграл:

1

$\int 3x^2 dx$ Ответ: _____ 0

0

Оценка	Показатели оценки
5	Выполнены от 10 до 12 заданий
4	Выполнены от 8 до 9 заданий
3	Выполнены от 5 до 7 заданий

Задание №2

Дайте определение следующим терминам:

1. Мнимая единица
2. Степень мнимой единицы
3. Комплексное число
4. Сопряженные комплексные числа
5. Форма комплексного числа
 1. Алгебраическая
 2. Тригонометрическая
 3. Показательная
6. Модуль комплексного числа

Оценка	Показатели оценки
5	Даны верные определение следующим терминам: 1. Мнимая единица стр. 95 [1] 2. Степень мнимой единицы стр. 95 [1] 3. Комплексное число стр. 96 [1] 4. Сопряженные комплексные числа стр. 98 [1] 5. Форма комплексного числа 1. Алгебраическая стр. 96 [1] 2. Тригонометрическая стр. 101 [1] 3. Показательная стр. 103 [1] 6. Модуль комплексного числа стр. 100 [1]

4	Даны верные определение следующим терминам: 1. Мнимая единица стр. 95 [1] 2. Степень мнимой единицы стр. 95 [1] 3. Комплексное число стр. 96 [1] 4. Форма комплексного числа 1. Алгебраическая стр. 96 [1] 2. Тригонометрическая стр. 101 [1] 3. Показательная стр. 103 [1]
3	Даны верные определение следующим терминам: 1. Мнимая единица стр. 95 [1] 2. Комплексное число стр. 96 [1] 3. Форма комплексного числа 1. Алгебраическая стр. 96 [1] 2. Тригонометрическая стр. 101 [1]

Задание №3

Вставьте пропущенные слова в текст:

Вычисление обратных матриц второго и третьего порядка.

Обратную матрицу можно найти только для матрицы, если ее определитель нулю. Для этого нужно использовать следующую схему.

1. Находят определитель матрицы A . Определитель второго порядка находят используя формулу А вот для 3-го порядка используют правило или теорему

2. Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называют этого элемента взятый со знаком.....

3. Меняют местами столбцы полученной матрицы, другими словами матрицу.

4. Умножают полученную матрицу на.....

И получают обратную матрицу которая обозначается символом

Оценка	Показатели оценки

5	Вставлены верно от 9 до 10 терминов, согласно нижеприведенного образца Вычисление обратных матриц второго и третьего порядка. Обратную матрицу можно найти только для КВАДРАТНЫХ матрицы, если ее определитель НЕ РАВЕН нулю. Для этого нужно использовать следующую схему. 1. Находят определитель матрицы A. Определитель второго порядка находят используя формулу $A_{11}A_{22}-A_{21}A_{12}$ А вот для 3-го порядка используют правило ТРЕУГОЛЬНИКА или теорему О РАЗЛОЖЕНИИ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ СТРОКИ ИЛИ СТОЛБЦА 2. Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называют МИНОР этого элемента взятый со знаком $(-1)^{i+j}$. 3. Меняют местами столбцы полученной матрицы, другими словами ТРАНСПОНИРУЮТ матрицу. 4. Умножают полученную матрицу на $1/D$. И получают обратную матрицу которая обозначается символом A^{-1} .
4	Вставлены верно от 6 до 8 терминов, согласно нижеприведенного образца Вычисление обратных матриц второго и третьего порядка. Обратную матрицу можно найти только для КВАДРАТНЫХ матрицы, если ее определитель НЕ РАВЕН нулю. Для этого нужно использовать следующую схему. 1. Находят определитель матрицы A. Определитель второго порядка находят используя формулу $A_{11}A_{22}-A_{21}A_{12}$ А вот для 3-го порядка используют правило ТРЕУГОЛЬНИКА или теорему О РАЗЛОЖЕНИИ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ СТРОКИ ИЛИ СТОЛБЦА 2. Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называют МИНОР этого элемента взятый со знаком $(-1)^{i+j}$. 3. Меняют местами столбцы полученной матрицы, другими словами ТРАНСПОНИРУЮТ матрицу. 4. Умножают полученную матрицу на $1/D$..... И получают обратную матрицу которая обозначается символом A^{-1} .

3	Вставлены верно не менее 5 терминов, огласно нижеприведенного образца Вычисление обратных матриц второго и третьего порядка. Обратную матрицу можно найти только для КВАДРАТНЫХ матрицы, если ее определитель НЕ РАВЕН нулю. Для этого нужно использовать следующую схему. 1. Находят определитель матрицы А. Определитель второго порядка находят используя формулу $A_{11}A_{22}-A_{21}A_{12}$ А вот для 3-го порядка используют правило ТРЕУГОЛЬНИКА или теорему О РАЗЛОЖЕНИИ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ СТРОКИ ИЛИ СТОЛБЦА 2. Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называют МИНОР этого элемента взятый со знаком $(-1)^{i+j}$. 3. Меняют местами столбцы полученной матрицы, другими словами ТРАНСПОНИРУЮТ матрицу. 4. Умножают полученную матрицу на $1/D$..... И получают обратную матрицу которая обозначается символом A^{-1} .
---	---

Задание №4

Дайте определение что называется матрицей, запишите общий вид матрицы и опишите элемент матрицы a_{ij} . Запишите сокращенный вид матрицы.

Оценка	Показатели оценки
3	Воспроизведено определение стр. 53 [1]
4	Воспроизведено определение и записан общий вид стр. 53 [1]
5	Воспроизведено определение что называется матрицей, записан общий вид матрицы дано пояснение что индекс i означает номер строки, а второй индекс j - номер столбца. Записан сокращенный вид матрицы. $A=(a_{ij})$ стр. 53 [1]

Задание №5

Дайте определение следующим основным терминам комбинаторики:

1. Комбинаторика - это раздел математики изучающий...
2. Перестановкой из m элементов называется.....
3. Размещением из m элементов называется.....
4. Сочетанием из m элементов называется.....
5. Упорядоченным множеством.....

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

5	Даны верно определения 1. Комбинаторика - это раздел математики изучающий... стр 15 [2] 2. Перестановкой из m элементов называется..... стр 16 [2] 3. Размещением из m элементов называется..... стр 17 [2] 4. Сочетанием из m элементов называется..... стр 18 [2] 5. Упрямодоченным множеством..... стр 16 [2]
4	Даны верно не менее 4-х определений
3	Даны верно не менее 3-х определений

Задание №6

Дайте определение следующим терминам:

1. Предел переменной
2. Предел функции
3. Непрерывность функции
 1. в точке
 2. на интервале
4. Замечательные пределы
 1. Первый
 2. Второй
 3. Третий
5. Производная
6. Дифференциал
7. Неопределенный интеграл
8. Формула Ньютона-Лейбница
9. "Неберущиеся" интегралы

Оценка	Показатели оценки
5	Даны правильные определения следующим терминам: 1. Предел переменной стр. 170 [1] 2. Предел функции стр. 172 [1] 3. Непрерывность функции 1. в точке стр. 175 [1] 2. на интервале стр. 175 [1] 4. Замечательные пределы 1. Первый стр. 179 [1] 2. Второй стр. 179 [1] 3. Третий стр. 180 [1] 5. Производная стр. 192 [1] 6. Дифференциал стр. 233 [1] 7. Неопределенный интеграл стр. 281 [1] 8. Определенный интеграл стр. 310 [1] 9. "Неберущиеся" интегралы стр. 331 [1]

4	Даны правильные определения следующим терминам: 1. Предел переменной стр. 170 [1] 2. Предел функции стр. 172 [1] 3. Непрерывность функции 1. в точке стр. 175 [1] 4. Замечательные пределы 1. Первый стр. 179 [1] 2. Второй стр. 179 [1] 5. Производная стр. 192 [1] 6. Неопределенный интеграл стр. 281 [1] 7. Определенный интеграл стр. 310 [1]
3	Даны правильные определения следующим терминам: 1. Предел функции стр. 172 [1] 2. Производная стр. 192 [1] 3. Неопределенный интеграл стр. 281 [1] 4. Определенный интеграл стр. 310 [1]

Задание №7

Выполните тестовые задания:

1. Произведение двух чисел равно 1000. Найдите наименьшую возможную сумму этих чисел.

1. 70
2. 65
3. 50
4. 55

2. Охотник встретил двух пастухов, у одного из которых было три лепешки и у другого пять лепешек. Они втроем съели все лепешки. Охотник дал восемь монет пастухам в оплату за еду.

1. 3 и 5 монет
2. 2 и 6 монет
3. 1 и 7 монет
4. 4 и 4 монеты

3. Назовите самую красивую, самую известную, самую величественную "царицу" – долгожительницу, царицу из цариц.

1. Арифметика
2. Математика
3. Геометрия
4. Алгебра
5. Стереометрия

4. Кто из великих математиков древности создал учения о производной и интеграле, которые используют до сих пор?

1. Декарт
2. Архимед
3. Евклид
4. Пифагор

5. Кому из великих математиков принадлежат слова «Математика – царица наук, а арифметика – царица математики»?

1. Лобачевский
2. Гаусс
3. Ньютон
4. Евклид

6. Назовите фамилии двух ученых математиков, которые независимо друг от друга получили формулу для вычисления интеграла.

1. Ковалевская
2. Ньютон
3. Коши
4. Кюри
5. Гаусс
6. Лейбниц

7. Какая система счисления применяется в современных ПК?

1. Восьмиричная
2. Битовая
3. Двоичная
4. Компьютерная
5. Десятичная

8. В книге «Метрика» (I век до н.э.) Герона Александрийского площадь треугольника по трем сторонам определяется по «формуле Герона». Кто впервые получил эту формулу?

1. Пифагор
2. Димакрит
3. Евклид
4. Архимед

9. Русский математик – кораблестроитель?

1. Ковалевская
2. Ломоносов
3. Крылов
4. Чебышев

Оценка	Показатели оценки									
5	Дано 8 и 9 правильных ответов									
	№вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Правильный ответ	2	3	1	2	4	2,6	3	4	3
4	Дано 6 и 7 правильных ответов									
	№вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Правильный ответ	2	3	1	2	4	2,6	3	4	3
3	Дано 4 и 5 правильных ответов									
	№вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Правильный ответ	2	3	1	2	4	2,6	3	4	3

Перечень практических заданий:

Задание №1

1. Используя схему исследования функции построить графики функций по вариантам (вариант определяется преподавателем)

1 вариант: $y=x^4-2x^2+5$

2 вариант: $y=x^5-5x^4+1$

Оценка	Показатели оценки

5	Полное соблюдение схемы исследования функции, а именно: 1. Нахождение области определения функции. 2. Исследование функции на четность или нечетность. 3. Нахождение первой производной и определение промежутков знакопостоянства. 4. Нахождение второй производной и определение промежутков монотонности функции, и ее экстремумов. 5. Нахождение промежутков выпуклости и вогнутости функции, и точек перегиба. 6. Нахождение точек пересечения графика функции с осями координат. Построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.
4	Соблюдение схемы исследования функции, Неточное построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.
3	Минимальное соблюдение схемы исследования функции, а именно: 1. Нахождение области определения функции. 2. Нахождение первой производной, определение промежутков знакопостоянства и экстремумов. 3. Нахождение точек пересечения графика функции с осями координат. Построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.

Задание №2

1. Выполните действия в алгебраической показательной и тригонометрической формах комплексного числа: $(5-2i)^2$
2. Решите уравнение: $x^2 + 4x + 5 = 0$

Оценка	Показатели оценки
3	Показаны умения выполнять математические действия в одной из форм комплексного числа
4	Показаны умения выполнять математические действия в алгебраической и тригонометрических формах комплексного числа. Правильное решение квадратного уравнения с использованием теории комплексных чисел.
5	Показаны умения выполнять математические действия в алгебраической тригонометрической и показательной формах комплексного числа. Правильное решение квадратного уравнения, с использованием теории комплексных чисел

Задание №3

Найдите площадь 3 фигур , ограниченной данными линиями, на выбор. Сделайте чертеж.

$$1. (x^2 + y^2)^2 = 4xy;$$

$$2. x^2 + y^2 = 2y, y \geq x, x \geq 0;$$

$$3. (x^2 + y^2)^2 = 4(3x^2 + 2y^2);$$

$$4. (x^2 + y^2)^2 = 9(4x^2 + y^2);$$

$$5. (x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^3;$$

$$6. (x^2 + y^2)^3 = 4x^2y^2.$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно вычислены площади 3 фигур, согласно алгоритма:: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде $y=f(x)$ 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры

4	Правильно вычислены площади 2 фигур, согласно алгоритма:: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде $y=f(x)$ 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры
3	Правильно вычислены площади 1 фигуры, согласно алгоритма:: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде $y=f(x)$ 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры
3	Вычислена площадь 2 или 3 фигур соблюдается ниже представленный алгоритм вычисления площади, допущены ошибки в расчетах . 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде $y=f(x)$ 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры

Задание №4

Задача 1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

Задача 2. Выполнить действия:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}^2 - 2 \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Оценка	Показатели оценки
5	Студент выполнил работу в полном объеме, в рассуждениях и обосновании нет неточностей и ошибок.
4	Студент выполнил 2 задания и допустил не более 2 ошибок.
3	Студент выполнил правильно 1 задание.
3	Студент показал знание алгоритма нахождения определителей и выполнения действий над матрицами, но в расчетах допустил арифметические ошибки

Задание №5

Задача №1 Сколькими способами можно составить трехцветный флаг с горизонтальными полосами, если имеется материал 5 различных цветов?

Задача №2 Из 10 коммерческих банков 4 находятся за чертой города. Налоговый инспектор выбирает наугад для проверки 3 банка. Какова вероятность того, что хотя бы 2 из них – в черте города?

Задача №3 В результате многолетних наблюдений вероятность дождя 15 июля в городе Н составляет 0,4. Найти наименее вероятное число дождливых дней 15 июля на ближайшие 25 лет.

Оценка	Показатели оценки
5	Студент выполнил работу в полном объеме, в рассуждениях и обосновании нет неточностей и ошибок.
4	Студент выполнил правильно 2 задачи.

3	Студент выполнил работу в полном объеме, в рассуждениях и обосновании имеются неточности и незначительные ошибки, не влияющие на правильность конечного результата.
---	---

Задание №6

Задача №1. Какую работу совершает сила в 10 Н при растяжении пружины на 2 см?.

Задача №2. Вычислить силу давления воды на одну из стенок аквариума, имеющего длину 30 см и высоту 20 см.

Задача №3 Скорость движения точки меняется по закону $V=4t-t^2$. Найдите путь, пройденный точкой за первые 3 секунды движения.

Оценка	Показатели оценки
5	Студент верно решил 3 задачи с использованием элементов интегрального исчисления
4	Студент верно решил 2 задачи с использованием элементов интегрального исчисления
3	Студент верно решил 1 задачу с использованием элементов интегрального исчисления

Задание №7

Решите СЛАУ матричным способом, используя формулы Крамера, методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильное решение СЛАУ матричным способом
3	Правильное решение СЛАУ используя формулы Крамера
3	Правильное решение СЛАУ используя метод Гаусса
3	Правильное применение (не менее 2 методов) алгоритмов решения СЛАУ матричным способом, используя формулы Крамера, методом Гаусса, допущены ошибки при выполнении расчетов в 2 методах.

4	Правильное применение всех алгоритмов решения СЛАУ матричным способом, используя формулы Крамера, методом Гаусса, допущены ошибки при расчетах не влияющие на итоговый результат.
4	Правильное применение всех алгоритмов решения СЛАУ матричным способом, используя формулы Крамера, методом Гаусса, допущены ошибки при выполнении расчетов в 1 методе.
5	Правильное решения СЛАУ всеми 3 способами Алгоритм решения СЛАУ матричным способом : 1. Составление матричного уравнение $AX=B$ 2. Нахождение обратной матрицы A^{-1} 3. Нахождение определителя матрицы 4. Правило треугольников 5. Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца 6. Нахождение алгебраических дополнений всех элементов a_{ij} матрицы 7. Составление новой матрицы 8. Транспонирование матрицы 9. Умножение матрицы на $1/D$ (D - определитель) 10. Нахождение произведения обратной матрицы A^{-1} на матрицу - столбец свободных членов B. 11. Написание ответа, используя определения равных матриц. Алгоритм решения СЛАУ используя формулы Крамера: 1. Составление матрицы A и матрицы - столбец B. 2. Нахождение определителя системы, используя: • Правило треугольников • Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца 3. Составление новых определителей системы, путем поочередной замены столбцов коэффициентов при $x_1, x_2, \dots, x_n$ на столбец свободных членов. 4. Нахождение определителей системы, составленных в пункте 3, используя: • Правило треугольников • Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца 5. Нахождение неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$ с использованием формул Крамера Алгоритм решения СЛАУ используя метод Гаусса:

1. Приведение системы линейных алгебраических уравнений к эквивалентной ей системе с треугольной матрицей (прямой ход), используя следующие преобразования:

- Умножение или деление коэффициентов и свободных членов на одно и то же число;
- сложение и вычитание уравнений;
- перестановку уравнений системы;
- исключение из системы уравнений в которых все коэффициенты при неизвестных и свободные члены равны нулю.

2. Нахождение переменных из полученной треугольной системы, с помощью последовательных подстановок (обратный ход).