

**Перечень теоретических и практических заданий к экзамену
по ПОД.10 Математика
(1 курс, 2 семестр 2022-2023 уч. г.)**

Форма контроля: Контрольная работа (Информационно-аналитический)

Описательная часть: Выполнить один теоретический и три практических задания

Перечень теоретических заданий:

Задание №1

Скорость движения точки изменяется по закону $S = (3t^2 + 2t + 1)$ м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Запишите формулу вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного интеграла

(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного $s = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$ интеграла
4	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного $s = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$ интеграла Записан интеграл: $s = \int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt$

5	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного $s = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$ интеграла $s = \int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt$ Записан интеграл: . Произведены вычисления, получено значение $S = 1110$ м.
---	--

Задание №2

Дать определение синуса, косинуса, тангенса угла (с использованием тригонометрического круга).
Знать знаки тригонометрических функций по четвертям

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно дано определение двух функций
4	Правильно даны определения двух функций и знаки по четвертям.
5	Правильно даны определения трех функций и знаки по четвертям

Задание №3

Дать определение критических точек, экстремума функции (максимум, минимум). Объяснить связь между производной и экстремумами функции

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение критических точек
4	Дано определение критических точек и экстремума функции.
5	Дано определение критических точек и экстремума функции. Приведена взаимосвязь между экстремумами функции и производной

Задание №4

Градусное и радианное измерения углов. Значение 1 радиана. Формула перевода значений углов из градусной меры в радианную и наоборот.

Оценка	Показатели оценки
3	Даны понятия градусного и радианного измерений углов, значение 1 радиана.

4	Даны понятия градусного и радианного измерений углов, значение 1 радиана.Приведена одна из формул перевода значений углов (из градусной меры в радианную или наоборот)
5	Даны понятия градусного и радианного измерений углов, значение 1 радиана.Приведены формулы перевода значений углов (из градусной меры в радианную и наоборот)

Задание №5

Сформулировать правило приведения для тригонометрических функций

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно сформулировано, для чего используются правила приведения, для каких углов
4	Правильно сформулировано, для чего используются правила приведения. Сформулировано правило, для каких углов производится смена наименования функции, для каких углов смена наименования функции не производится .
5	Правильно сформулировано, для чего используются правила приведения. Сформулировано правило, для каких углов производится смена наименования функции, для каких углов смена наименования функции не производится . Сформулировано правило определения знака полученной функции (правой части полученного выражения)

Задание №6

Дать определение четности и нечетности функции. Указать какие из тригонометрических функций являются нечетными, какие четными

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение четности и нечетности функции. Указано какие из тригонометрических функций являются нечетными, какие четными
4	Дано определение четности и нечетности функции. Указано какие из тригонометрических функций являются нечетными, какие четными. Правильно указаны нечетные и четная тригонометрические функции (без демонстрации на тригонометрическом круге)

5	Дано определение четности и нечетности функции. Указать какие из тригонометрических функций являются нечетными, какие четными. Правильно указаны нечетные и четная тригонометрические функции с демонстрацией на тригонометрическом круге
---	--

Задание №7

Сформулировать свойства функции $y=\sin x$, $y=\cos x$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно сформулированы 2 свойства
4	Правильно сформулированы 3 свойства
5	Правильно сформулированы 4 свойства

Задание №8

Сформулировать определение производной, физический смысл производной для прямолинейного движения и для функции $y=f(x)$

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулировано определение производной
4	Сформулировано определение производной, указан физический смысл производной для прямолинейного движения
5	Сформулировано определение производной, указан физический смысл производной для прямолинейного движения и для функции $y=f(x)$

Задание №9

Сформулировать определение производной, геометрический смысл производной, записать уравнение касательной

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулировано определение производной
4	Сформулировано определение производной, геометрический смысл производной
5	Сформулировано определение производной, геометрический смысл производной, записано уравнение касательной

Задание №10

Сформулировать определение многогранника, элементов многогранника (грани, ребра, высота), определение призмы, виды призм

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулировано определение многогранника, элементов многогранника
4	Сформулировано определение многогранника, элементов многогранника (грани, ребра, высота)
5	Сформулировано определение многогранника, элементов многогранника (грани, ребра, высота), определение призмы, указаны виды призм

Задание №11

Сформулировать определение неопределенного интеграла, указать свойства, дать геометрическое толкование

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулировано определение неопределенного интеграла
4	Сформулировано определение неопределенного интеграла, указаны свойства
5	Сформулировано определение неопределенного интеграла, указаны свойства, дано геометрическое толкование

Перечень практических заданий:

Задание №1

Выполните задания (один из возможных вариантов задания):

1) Переведите значения градусной меры углов в радианную:

30°, 80°, 135°, 146°.

Переведите в градусную меру: $\frac{3\pi}{8}$, $\frac{5\pi}{3}$

2)

Определите знаки выражений

$$\sin 115^{\circ} \cdot \cos 267^{\circ}$$

3) $\sin(-243^{\circ}) \cdot \cos 100^{\circ}$

Найдите на числовой окружности очки: $\frac{\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{4}$;

4)

Оценка	Показатели оценки
3	Решены два задания
4	Решены три задания
5	Решены четыре задания

Задание №2

Решите (один из возможных вариантов задания):

Найдите $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$, если $\sin x = -\frac{1}{2}$ (4 четверть)

1)

2) Вычислите $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

Оценка	Показатели оценки
3	Решено задание 1).
4	Решено задание 1), вычислено значение $\sin \alpha$ из задания 2).
5	Решено задание 1), вычислено значение $\sin \alpha$ из задания 2). вычислены значения $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, из задания 2)

Задание №3

(Один из возможных вариантов задания):

1. Пусть $f(x) = 3x^2 - 6$. Найдите $f(2)$

2. Найдите, какое значение функция $y = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$ принимает при $x = -3$:

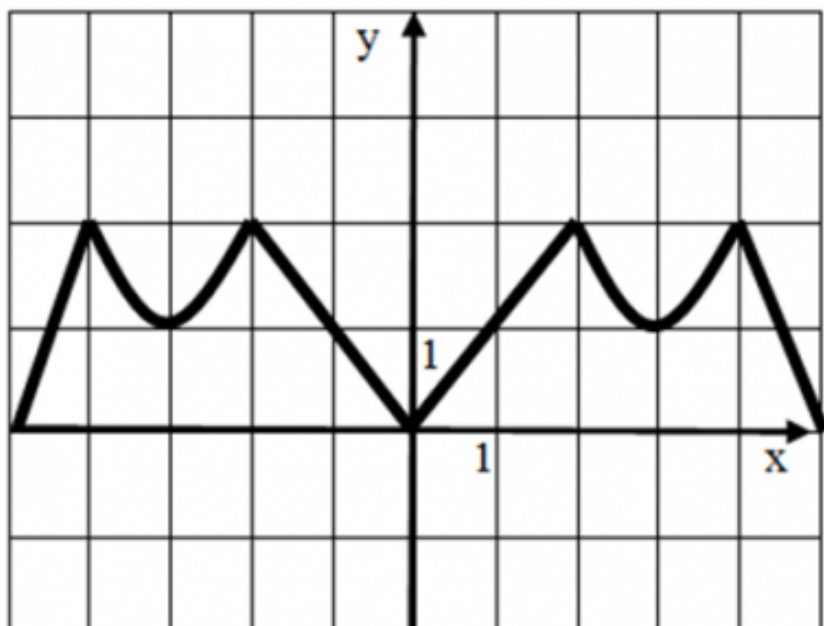
3. Найдите область определения функции: $y = \frac{2}{x - 1}$

4. Найдите область определения функции: $y = \sqrt{10x - 5}$

Оценка	Показатели оценки
3	Решены два задания
4	Решены три задания
5	Решены четыре задания

Задание №4

Опишите функцию, график которой изображен на рисунке



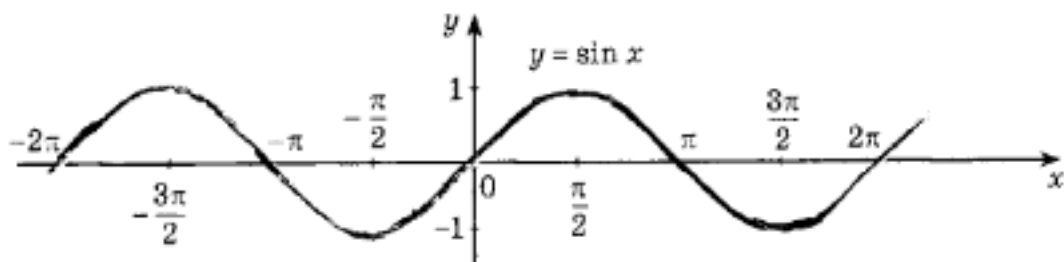
- 1) укажите область определения;
- 2) укажите множество значений;
- 3) является ли функция четной или нечетной?
- 4) укажите промежутки возрастания и убывания.

(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Указаны два свойства
4	Указаны три свойства
5	Указаны четыре свойства

Задание №5

Обозначьте все корни уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[-2\pi; \pi]$ на графике:



(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Найден один корень уравнения
4	Найдены два корня уравнения
5	Найдены три корня уравнения

Задание №6

1. На рисунке 1 точками показана среднесуточная температура воздуха каждый день с 17 ноября по 5 декабря. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки соединены линией. Используя график, определите наибольшую среднесуточную температуру в период с 22 ноября по 3 декабря.

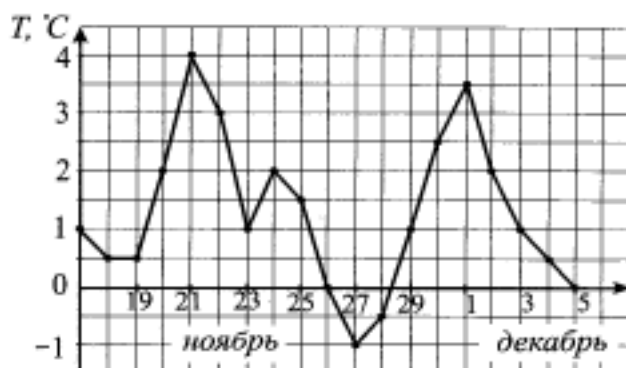


Рис. 1.

Порядок выполнения задания

1. Прочитайте текст задачи.
2. Определите, изменение какой величины характеризует график.
3. Найдите цену деления по вертикали.
4. Выделите период времени, о котором говорится в задаче.
5. Определите наибольшую среднесуточную температуру.
6. Запишите ответ.

Максимальное число баллов - 2

2. Определите по графику (см. рис. 2) длину промежутка, на котором значения функции $y = f(x)$ будут не больше -2 .

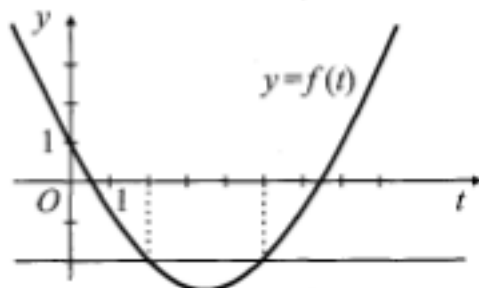


Рис. 2.

Максимальное число баллов - 3

(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Суммарное число набранных баллов -3
4	Суммарное число набранных баллов 4
5	Суммарное число набранных баллов -5

Задание №7

Сила переменного электрического тока является функцией, зависящей от времени, и выражается формулой

$$I = A \sin (\omega t + \varphi),$$

где A — амплитуда колебания, ω — частота, φ — начальная фаза.

$$A = 2, \quad \omega = 1, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Запишите формулу для построения графика с использованием численных значений величин в виде $y = f(x)$.

Укажите виды простейших преобразований вспомогательного графика $y = \sin x$, необходимые для построения графика полученной функции.

(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Записана формула для построения графика с использованием численных значений величин $y =$ $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$

4	Записана формула для построения графика с использованием численных значений $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$ величин $y =$ Указан один вид простейших преобразований вспомогательного графика $y = \sin x$ для построения графика полученной функции. (сдвиг вспомогательного графика вправо на $\frac{\pi}{4}$ вдоль оси OX или растяжение вспомогательного графика в 2 раза вдоль оси OY)
5	Записана формула для построения графика с использованием численных значений $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$ величин $y =$ Указаны 2 вида простейших преобразований вспомогательного графика $y = \sin x$ для построения графика полученной функции. (сдвиг вспомогательного графика вправо на $\frac{\pi}{4}$ вдоль оси OX и растяжение вспомогательного графика в 2 раза вдоль оси OY)

Задание №8

1. Пользуясь определением производной, найдите производные функций:

а) $y = 5x^3 - x^2 + 4;$

б) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2;$

в) $f(x) = \cos x - x^4 + 2^x + 2\sqrt{x};$

г) $f(x) = x \cdot \sin x;$

д) $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 2}$

(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Найдены три производные
4	Найдены четыре производные
5	Найдены все 5 производных

Задание №9

Исследуйте функцию на экстремумы (один из возможных вариантов задания) :

$$y = x^3 - 3x^2$$

Оценка	Показатели оценки
3	Найдена производная, вычислены критические точки, область определения функции разбита на интервалы монотонности
4	Найдена производная, вычислены критические точки, область определения функции разбита на интервалы монотонности. Определены знаки производной в каждом интервале, обозначено возрастание, убывание функции на интервалах
5	Найдена производная, вычислены критические точки, область определения функции разбита на интервалы монотонности. Определены знаки производной в каждом интервале, обозначено возрастание, убывание функции на интервалах. Определен вид экстремума, вычислены максимумы, минимумы функции

Задание №10

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке

(один из возможных вариантов задания):

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1, \quad x \in [-1; 3]$$

Оценка	Показатели оценки
3	Найдена производная, вычислены критические точки, область определения функции разбита на интервалы монотонности. Определены знаки производной в каждом интервале, обозначено возрастание, убывание функции на интервалах
4	Найдена производная, вычислены критические точки, область определения функции разбита на интервалы монотонности. Определены знаки производной в каждом интервале, обозначено возрастание, убывание функции на интервалах. Определен вид экстремума, вычислены максимумы, минимумы функции
5	Найдена производная, вычислены критические точки, область определения функции разбита на интервалы монотонности. Определены знаки производной в каждом интервале, обозначено возрастание, убывание функции на интервалах. Определен вид экстремума, вычислены максимумы, минимумы функции. Вычислены значения функции на концах промежутка, указаны наибольшее и наименьшее значения функции

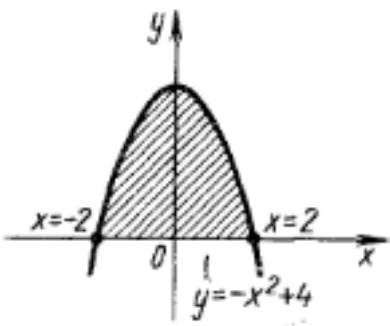
Задание №11

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4$, используя определенный интеграл.

Построить чертеж.

(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Построен чертеж: Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования.
4	Построен чертеж: Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования. Записано выражение S для вычисления площади: $S = 2S_1$, где $S_1 = \int_0^2 (-x^2 + 4) dx$

5	 Построен чертеж: Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования. Записано выражение S для вычисления площади: $S = 2S_1$, где $S_1 = \int_0^2 (-x^2 + 4) dx$ Получен результат: $S = 10\frac{2}{3}$ кв.ед.
---	--

Задание №12

Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = x^3$ в точке $C(-2; -8)$

Оценка	Показатели оценки
3	Найдена производная функции
4	Правильно вычислено значение производной в точке C, но не указано, что коэффициент касательной в точке равен значению производной в этой точке
5	Показано, что угловой коэффициент касательной в точке C равен значению производной в данной точке. вычислено значение углового коэффициента.

Задание №13

Решите уравнения (один из возможных вариантов задания):

1) $2\sin x - 1 = 0$

2) $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0;$

3) $\sin x + \cos x = 0$

Оценка	Показатели оценки
3	Решено одно уравнение
4	Решены два уравнения
5	Решены три уравнения

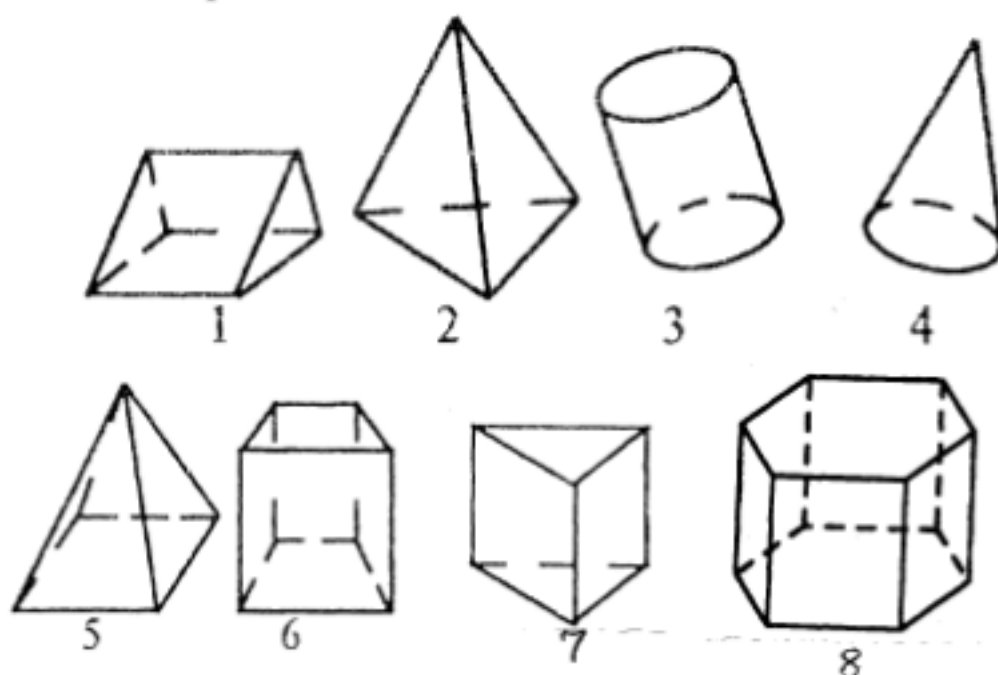
Задание №14

Требуется вырыть яму объемом 32 кв.м., имеющую квадратное дно, так чтобы на облицовку ее дна и стен пошло наименьшее количество материала. Каковы должны быть размеры ямы?

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно выражены стороны дна и высота ямы, составлена функция площади дна и стенок
4	Составлена функция площади дна и стенок, найдена производная функции
5	Найден минимум функции площади дна и стенок, вычислены размеры ямы

Задание №15

1. Среди изображенных тел выберите, те которые являются призмами



Оценка	Показатели оценки
3	Указаны два номера из четырех (1,6,7,8)
4	Указаны три номера из четырех (1,6,7,8)
5	Указаны четыре номера из четырех (1,6,7,8)

Задание №16

Ответьте на вопросы:

1. Многоугольники из которых составлены многогранники – это ...
 2. Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого – это ... многогранника
- Треугольная призма
3. В треугольной призме можно провести диагональ.
 4. В основании треугольной призмы может лежать равнобедренный треугольник? (да, нет)
 5. В правильной треугольной призме в основании лежит
-
6. Треугольная призма имеетребер
 7. Боковые грани прямой треугольной призмы...
 8. Если в основании прямой призмы лежит правильный многоугольник то призма называется...
- Четырехугольная призма
10. В основании четырехугольной призмы может лежать ромб? (да, нет)
 11. Сколько вершин имеет куб?

Оценка	Показатели оценки
3	Даны ответы на 5-7 вопросов
4	Даны ответы на 8-9 вопросов
5	Даны ответы на 10-11 вопросов

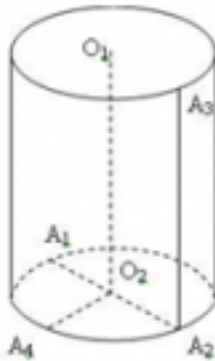
Задание №17

Пройти тест (правильный ответ 1 балл):

1. Какая фигура находится в основаниях цилиндра:

- а) сфера;
- б) круг;
- в) эллипс.

2. Назовите отрезок, который является радиусом цилиндра:



- а) O_2A_1 ;
- б) O_2O_1 ;
- в) A_3A_2 .

3. Укажите на рисунке образующую цилиндра:

- а) O_1O_2 ;
- б) A_2A_3 ;
- в) A_1A_2 .

4. Высота цилиндра это:

- а) расстояние между плоскостями его оснований;
- б) отрезок, который соединяет две любые точки оснований;
- в) отрезок, который соединяет центр круга с любой точкой цилиндра.

5. Какая фигура является осью цилиндра?

- а) прямая O_1O_2 ;
- б) отрезок O_1O_2 ;
- в) отрезок A_1A_2 .

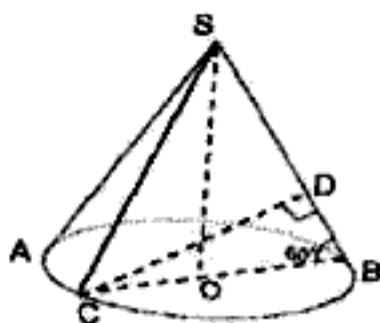
6. Равносторонний цилиндр – это цилиндр, у которого:

- а) образующая равна высоте;
- б) радиус основания равен высоте цилиндра;
- в) диаметр основания равен высоте цилиндра.

7. Какая фигура является основанием конуса:

- а) окружность;
- б) круг;
- в) эллипс.

8. Назовите отрезок, который является радиусом конуса:



- а) CB
- б) CO
- в) SA

9. Укажите на рисунке образующую конуса:

- а) SO;
- б) SC;
- в) CB.

Оценка	Показатели оценки

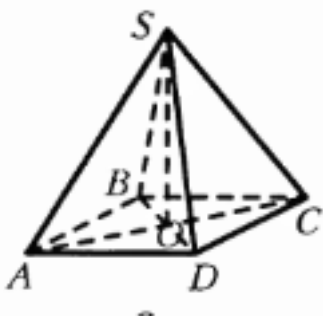
3	4-5 правильных ответов Ключ к тесту: 1)б; 2)а; 3)а, б; 4)а; 5)а; 6)в; 7)б; 8)б; 9)а
4	6-7 правильных ответов Ключ к тесту: 1)б; 2)а; 3)а, б; 4)а; 5)а; 6)в; 7)б; 8)б; 9)а
5	8-9 правильных ответов Ключ к тесту: 1)б; 2)а; 3)а, б; 4)а; 5)а; 6)в; 7)б; 8)б; 9)а

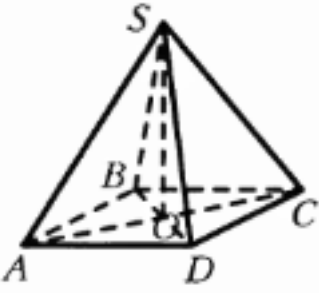
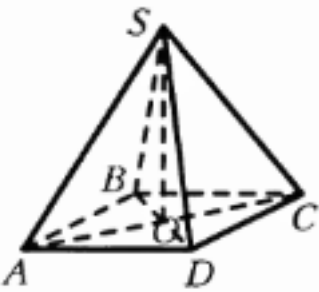
Задание №18

Решить задачу, построить чертеж.

(один из возможных вариантов задания)

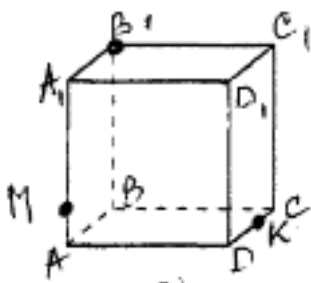
В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SC = 13$, $AC = 10$. Найдите высоту пирамиды.

Оценка	Показатели оценки
3	Построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды 

4	Построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды  Установлено, что в основании пирамиды - квадрат. Найдено значение половины диагонали основания.
5	Построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды  Установлено, что в основании пирамиды - квадрат. Найдено значение половины диагонали основания. Вычислена длина высоты пирамиды.

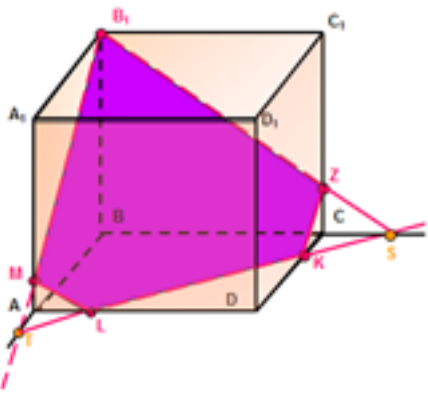
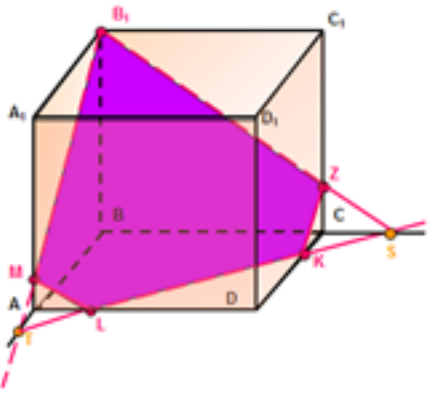
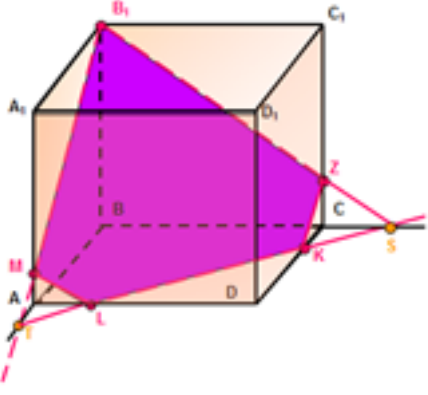
Задание №19

Построить сечение куба плоскостью MB₁K



(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки

3	Проведена прямая B_1M до пересечения с ребром AB. Полученная точка соединена с точкой K.: 
4	Проведена прямая B_1M до пересечения с ребром AB. Полученная точка соединена с точкой K и продолжена до пересечения с ребром BC. Получена новая точка. Эта точка соединена с точкой B_1. 
5	Проведена прямая B_1M до пересечения с ребром AB. Полученная точка соединена с точкой K и продолжена до пересечения с ребром BC. Получена новая точка. Эта точка соединена с точкой B_1. Обозначены полученные точки на ребрах AD и C_1C. Заштриховано сечение. 

Решить задачи (один из возможных вариантов задания):

Площадь осевого сечения цилиндра равна 144 см^2 . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

1. Площадь осевого сечения равностороннего конуса равна 81 см^2 . Вычислите площадь его полной поверхности.
2. Длина радиуса шара равна 5 см . Найдите площадь его поверхности.
- 3.

Оценка	Показатели оценки
3	Решена одна задача
4	Решены две задачи
5	Решены три задачи

Задание №21

Составить уравнение касательной к графику функции $y = 4x^2 - 8x - 2$ в точке $x_0 = 3$.

Оценка	Показатели оценки
3	Вычислено значение y_0 , найдена производная
4	Вычислено значение y_0 , найдена производная, вычислено значение производной в точке x_0 , допущены ошибки в составлении уравнения касательной
5	Задание полностью выполнено, записано уравнение касательной

Задание №22

Решить задачу (один из возможных вариантов задания):

Три латунных куба с ребрами 3 см , 4 см и 5 см переплавлены в один куб. Какую длину имеет ребро этого куба?

Оценка	Показатели оценки
3	Вычислена сумма объемов трех кубов.
4	Вычислена сумма объемов трех кубов. Записана формула объема куба
5	Вычислена сумма объемов трех кубов. Записана формула объема куба. Вычислено ребро полученного куба, как корень кубический из суммы объемов трех кубов