Перечень теоретических и практических заданий к экзамену
по ЕН.01 Элементы высшей математики
(2 курс, 4 семестр 2022-2023 уч. г.)

Форма контроля: Контрольная работа (Опрос)
Описательная часть: По выбору выполнить два теоретических и три практических задания

Перечень теоретических заданий:
Задание №1

Вставьте пропушенные слова в текст:

Вычисление обратных матриц второго и третьего порядка.

Обратную матрицу можно найти только для .... матрицы, если ее определитель .... нулю. Для этого нужно использовать следующую схему.

1. Находят определитель матрицы А. Определитель второго порядка находят используя формулу .... А вот для 3-го порядка используют правило .... или теорему ....

2. Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называют .... этого элемента взятый со знаком............

3. Меняют местами столбцы полученной матрицы, другими словами .... матрицу.

4. Умножают полученную матрицу на........

И получают обратную матрицу которая обозначаеться символом ....

Оценка	Показатели оценки

3	Вставлены верно не менее 5 терминов, огласно нижеприведенного образца Вычисление обратных матриц второго и третьего порядка. Обратную матрицу можно найти только для **КВАДРАТНЫХ** матрицы, если ее определитель **НЕ РАВЕН** нулю. Для этого нужно использовать следующую схему. 1. Находят определитель матрицы А. Определитель второго порядка находят используя формулу $\mathbf{A_{11}A_{22}\text{-}A_{21}A_{12}}$ А вот для 3-го порядка используют правило **ТРЕУГОЛЬНИКА** или теорему **О РАЗЛОЖЕНИИ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ СТРОКИ ИЛИ СТОЛБЦА** 2. Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называют **МИНОР** этого элемента взятый со знаком $\mathbf{(-1)^{I+J}}$**.** 3. Меняют местами столбцы полученной матрицы, другими словами **ТРАНСПОНИРУЮТ** матрицу. 4. Умножают полученную матрицу на **1/D.**....... И получают обратную матрицу которая обозначаеться символом $\mathbf{A^{-1}}$.
4	Вставлены верно от 6 до 8 терминов, согласно нижеприведенного образца Вычисление обратных матриц второго и третьего порядка. Обратную матрицу можно найти только для **КВАДРАТНЫХ** матрицы, если ее определитель **НЕ РАВЕН** нулю. Для этого нужно использовать следующую схему. 1. Находят определитель матрицы А. Определитель второго порядка находят используя формулу $\mathbf{A_{11}A_{22}\text{-}A_{21}A_{12}}$ А вот для 3-го порядка используют правило **ТРЕУГОЛЬНИКА** или теорему **О РАЗЛОЖЕНИИ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ СТРОКИ ИЛИ СТОЛБЦА** 2. Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называют **МИНОР** этого элемента взятый со знаком $\mathbf{(-1)^{I+J}}$**.** 3. Меняют местами столбцы полученной матрицы, другими словами **ТРАНСПОНИРУЮТ** матрицу. 4. Умножают полученную матрицу на **1/D.**....... И получают обратную матрицу которая обозначаеться символом $\mathbf{A^{-1}}$.

5	Вставлены верно от 9 до 10 терминов, согласно нижеприведенного образца Вычисление обратных матриц второго и третьего порядка. Обратную матрицу можно найти только для **КВАДРАТНЫХ** матрицы, если ее определитель **НЕ РАВЕН** нулю. Для этого нужно использовать следующую схему. 1. Находят определитель матрицы А. Определитель второго порядка находят используя формулу $\mathbf{A_{11}A_{22}-A_{21}A_{12}}$ А вот для 3-го порядка используют правило **ТРЕУГОЛЬНИКА** или теорему **О РАЗЛОЖЕНИИ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ СТРОКИ ИЛИ СТОЛБЦА** 2. Находят алгебраические дополнения всех элементов матрицы. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} называют **МИНОР** этого элемента взятый со знаком $\mathbf{(-1)^{I+J}}$. 3. Меняют местами столбцы полученной матрицы, другими словами **ТРАНСПОНИРУЮТ** матрицу. 4. Умножают полученную матрицу на **1/D.** И получают обратную матрицу которая обозначаеться символом $\mathbf{A^{-1}}$.

Задание №2

Дайте определение что называется матрицей, запишите общий вид матрицы и опишите элемент матрицы $a_{ij.}$ Запишите сокращенный вид матрицы.

Оценка	Показатели оценки
3	Воспроизведено определение стр. 53 [1]
4	Воспроизведено определение и записан общий вид стр. 53 [1]
5	Воспроизведено определение что называется матрицей, записан общий вид матрицы дано пояснение что индекс I j означает номер строки, а второй ингдекс j - номер столбца. Записан сокращенный вид матрицы. $A=(a_{ij})$ стр. 53 [1]

Задание №3

Перечислите виды матриц и дайте их определение. На каждый вид матриц приведите пример.

Оценка	Показатели оценки
3	Перечислены виды матриц: Прямоугольная матрица, Квадратная матрица, Диагональная матрица, Скалярная матрица, Единичная матрица, Матрица -строка, Матрица-столбец, Треугольная матрица.
3	Перечислено не менее четырех видов матриц и даны их определения стр.53-55 [1]

4	Перечислены виды матриц такие как: Прямоугольная матрица, Квадратная матрица, Диагональная матрица, Скалярная матрица, Единичная матрица, Матрица -строка, Матрица-столбец, Треугольная матрица и даны их определения стр.53-55 [1]
5	Перечислены виды матриц такие как: Прямоугольная матрица, Квадратная матрица, Диагональная матрица, Скалярная матрица, Единичная матрица, Матрица -строка, Матрица-столбец, Треугольная матрица, даны их определения стр.53-55 [1] и приведены примеры.

Задание №4

Вариант 1.

1. Что называется эллипсом?
2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку A(1, 2) перпендикулярно вектору $\vec{n}(3, -1)$.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через левый фокус и нижнюю вершину эллипса, заданного уравнением: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Вариант 2.

1. Что называется гиперболой?
2. Найти уравнение прямой, проходящей через точки A(1, 2) и B(3, 4).
3. Составить уравнение эллипса, если его фокусы $F_1(0; 0)$, $F_2(1; 1)$, большая ось равна

Вариант 3.

1. Что называется параболой?
2. Найти уравнение прямой с направляющим вектором $\vec{a}(1, -1)$ и проходящей через точку A(1, 2).
3. На параболе $y^2 = 8x$ найти точку, расстояние которой от директрисы равно 4.

Вариант 4.

1. Запишите уравнение окружности.
2. Задано общее уравнение прямой $x - y + 1 = 0$. Найти уравнение этой прямой в отрезках.
3. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет равен 2, а фокусы совпадают с фокусами эллипса с уравнением $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Оценка	Показатели оценки
5	Выполнил работу в полном объеме, в рассуждениях и обосновании нет неточностей и ошибок.
4	Выполнил 3 задания и допустил не более 2 ошибок.

3	Выполнил 2 практических задания и допустил ошибки.
3	Ответ на вопрос теории и выполнил правильно 1 практическое задание

Задание №5

Дайте определение следующим терминам:

1. Предел переменной
2. Предел функции
3. Непрерывность функции
    1. в точке
    2. на интервале
4. Замечательные пределы
    1. Первый
    2. Второй
    3. Третий
5. Производная
6. Дифференциал
7. Неопределенный интеграл
8. Формула Ньютона-Лейбница
9. "Неберущиеся" интегралы

Оценка	Показатели оценки

5	Даны правильные определения следующим терминам:
	
	1. Предел переменной стр. 170 [1]
	2. Предел функции стр. 172 [1]
	3. Непрерывность функции
	    1. в точке стр. 175 [1]
	    2. на интервале стр. 1755 [1]
	4. Замечательные пределы
	    1. Первый стр. 179 [1]
	    2. Второй стр. 179 [1]
	    3. Третий стр. 180 [1]
	5. Производная стр. 192 [1]
	6. Дифференциал стр. 233 [1]
	7. Неопределенный интеграл стр. 281 [1]
	8. Определенный интеграл стр. 310 [1]
	9. "Неберущиеся" интегралы стр. 331 [1]

4	Даны правильные определения следующим терминам:
	
	1. Предел переменной стр. 170 [1]
	2. Предел функции стр. 172 [1]
	3. Непрерывность функции
	    1. в точке стр. 175 [1]
	4. Замечательные пределы
	    1. Первый стр. 179 [1]
	    2. Второй стр. 179 [1]
	5. Производная стр. 192 [1]
	6. Неопределенный интеграл стр. 281 [1]
	7. Определенный интеграл стр. 310 [1]

3	Даны правильные определения следующим терминам: 1. Предел функции стр. 172 [1] 2. Производная стр. 192 [1] 3. Неопределенный интеграл стр. 281 [1] 4. Определенный интеграл стр. 310 [1]

Перечень практических заданий:

Задание №1

Решите СЛАУ матричным способом, используя формулы Крамера, методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильное решение СЛАУ матричным способом.
3	Правильное решение СЛАУ используя формулы Крамера.
3	Правильное решение СЛАУ используя метод Гаусса.
3	Правильное применение (не менее 2 методов) алгоритмов решения СЛАУ, допущены ошибки при выполнении расчетов.
4	Правильное применение всех алгоритмов решения СЛАУ, допущены ошибки при выполнении расчетов в 1 методе.

4	Правильное применение всех алгоритмов решения СЛАУ, допущены ошибки при расчетах не влияющие на итоговый результат.
5	Правильное решения СЛАУ всеми 3 способами **Алгоритм решения СЛАУ матричным способом :** 1. Составление матричного уравнение AX=B 2. Нахождение обратной матрицы A-1 3. Нахождение определителя матрицы 4. Правило треугольников 5. Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца 6. Нахождение алгебраических дополнений всех элементов aij матрицы 7. Составление новой матрицы 8. Транспонирование матрицы 9. Умножение матрицы на 1\D (D - определитель) 10. Нахождение произведения обратной матрицы A-1 на матрицу - столбец свободных членов B. 11. Написание ответа, используя определения равных матриц. **Алгоритм решения СЛАУ используя формулы Крамера:** 1.Составление матрицы A и матрицы - столбец B. 2. Нахождение определителя системы, используя: • Правило треугольников • Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца 3. Составление новых определителей системы, путем поочередной замены столбцов коэффициентов при x1, x2, ... , xn на столбец свободных членов. 4. Нахождение определителей системы, составленных в пункте 3, используя: • Правило треугольников • Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца 5. Нахождение неизвестных x1, x2, ... , xn с использованием формул Крамера **Алгоритм решения СЛАУ используя метод Гаусса:** 1. Приведение системы линейных алгебраических уравнений к эквивалентной ей системе с треугольной матрицей (прямой ход), используя следующие преобразования:

	• Умножение или деление коэффициентов и свободных членов на одно и то же число; • сложение и вычитание уравнений; • перестановку уравнений системы; • исключение из системы уравнений в которых все коэффициенты при неизвестных и свободные члены равны нулю. 2. Нахождение переменных из полученной треугольной системы, с помощью последовательных подстановок (обратный ход).

Задание №2

1. Используя схему исследования функции построить графики функций по вариантам (вариант определяется преподавателем)

1 вариант: $y=x^4 -2x^2 +5$

2 вариант: $y=x^5-5x^4+1$

Оценка	Показатели оценки
5	Полное соблюдение схемы исследования функции, а именно: 1. Нахождение области определения функции. 2. Исследование функции на четность или нечетность. 3. Нахождение первой производной и определение промежутков знакопостоянства. 4. Нахождение второй производной и определение промежутков монотонности функции, и ее экстремумов. 5. Нахождение промежутков выпуклости и вогнутости функции, и точек перегиба. 6. Нахождение точек пересечения графика функции с осями координат. Построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.
4	Соблюдение схемы исследования функции. Неточное построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.
4	Незначительные ошибки в соблюдение схемы исследования функции. Построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.

3	Минимальное соблюдение схемы исследования функции, а именно: 1. Нахождение области определения функции. 2. Нахождение первой производной, определение промежутков знакопостоянства и экстремумов. 3. Нахождение точек пересечения графика функции с осями координат. Построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.

Задание №3

Найдите площадь трех фигур (по выбору), ограниченной данными линиями. Сделайте чертеж.

1. $(x^2+y^2)^2=4xy$;

2. $x^2+y^2=2y,\ y\ge x,\ x\ge 0$;

3. $(x^2+y^2)^2=4(3x^2+2y^2)$;

4. $(x^2+y^2)^2=9(4x^2+y^2)$;

5. $(x^2-y^2)^2=(x^2+y^2)^3$;

6. $(x^2+y^2)^3=4x^2y^2$.

Оценка	Показатели оценки

5	Правильно вычислены площади 3-х фигур, согласно алгоритма: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде y=f(x) 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры
4	Правильно вычислены площади 2-х фигур, согласно алгоритма: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде y=f(x) 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры
3	Вычислена площадь 3-х фигур соблюдается ниже представленный алгоритм вычисления площади, допущены ошибки в расчетах . 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде y=f(x) 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры
3	Правильно вычислены площади одной фигуры, согласно алгоритма: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде y=f(x) 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры

Задание №4

1. Решите дифференциальное уравнение с разделенными переменными

   1. $e^x dx = y dy$
   2. $2y dy = 3x^2 dx$

2. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

1. $xdy+2ydx=0$
2. $y'+2x^2y'+2xy-2x=0$

3. Решите дифференциальное уравнение, используя схему Бернулли

1. $y'x+2y=x^3$
2. $(1+x^2)y'-xy=2x$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильное решение дифференциальных уравнений с разделенными переменными путем простого интегрирования
4	1. Правильное решение дифференциальных уравнений с разделенными переменными путем простого интегрирования 2. Правильное решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными путем использования математических преобразований и приведения к уравнению с разделенными переменными

5	1. Правильное решение дифференциальных уравнений с разделенными переменными путем простого интегрирования
	2. Правильное решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными путем использования математических преобразований и приведения к уравнению с разделенными переменными
	3. Правильное решение дифференциальных уравнений используя схему Бернулли:
	    1. Приведение уравнения к виду $y'+py=q$
	    2. Выполнение подстановки $y=uv$, нахождение $y'=u'v+uv'$
	    3. Нахождение второй функции, путем использования математических способов преобразования уравнения.
	    4. Решение дифференциального уравнения
	    5. Записывание общего решения