



Министерство образования Иркутской области  
Государственное бюджетное профессиональное  
образовательное учреждение Иркутской области  
«Иркутский авиационный техникум»

**Методические указания  
по выполнению самостоятельной работы  
по дисциплине  
ЕН.04 Математические методы в программировании  
специальности  
09.02.03 Программирование в компьютерных системах**

**Иркутск, 2016**

РАССМОТРЕНЫ

ОД, МЕН, протокол № 10 от  
22.05.2018г.

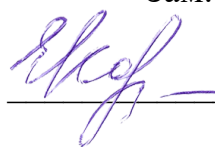
Председатель ЦК



\_\_\_\_\_ / Г.В. Перепияко /

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по УР



\_\_\_\_\_ Е.А. Коробкова

| № | Разработчик ФИО               |
|---|-------------------------------|
| 1 | Бодякина Татьяна Владимировна |

## **Пояснительная записка**

Дисциплина ЕН.04 Математические методы в программировании входит в Математический и общий естественнонаучный цикл. Самостоятельная работа является одним из видов внеаудиторной учебной работы обучающихся.

### **Основные цели самостоятельной работы:**

- систематизация и закрепление теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубление и расширение теоретических знаний, формирование умений использовать справочную документацию и дополнительную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельного мышления;
- развитие исследовательских умений.

### **Рекомендации для обучающихся по выработке навыков самостоятельной работы:**

- Слушать, записывать и запоминать лекцию.
- Внимательно читать план выполнения работы.
- Выбрать свой уровень подготовки задания.
- Обращать внимание на рекомендуемую литературу. Из перечня литературы выбирать ту, которая наиболее полно раскрывает вопрос задания
- Учиться кратко излагать свои мысли.
- Использовать общие правила написания конспекта.
- Обращать внимание на достижение основной цели работы.

Критериями оценки внеаудиторной самостоятельной работы являются:

- уровень освоения обучающимися учебного материала;
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач, сформированность умений;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

## Тематический план

| Раздел Тема  | Тема занятия   | Название работы   | Количество часов |
|--|--|---|------------------|
| <b>Раздел 1. Математическое программирование. Задачи линейного программирования</b><br>Тема 1. Основные понятия и определения. Математические модели и их виды | Понятие математической модели. Классификация математических моделей.                         | Построение простейших математических моделей  | 6                |
| Тема 2. Модели линейного программирования  | Понятие допустимого решения. Целевая функция.  | Решение простейших однокритериальных задач  | 5                |
| Тема 3. Транспортная задача  | Общие понятия и определения  | Изучения темы "Теория очередей"   | 7                |
| <b>Раздел 2. Системы массового обслуживания (СМО)</b><br>Тема 1. Целочисленное программирование  | Общие положения и сведения. Метод Гомори   | Изучение темы "Интерполирование алгебраическими многочленами. Сплайн-интерполирование."   | 5                |
| Тема 3. Основные понятия теории массового обслуживания. Простейшие СМО и нахождение их параметров  | Классификация систем массового обслуживания. Компоненты СМО.<br>Марковский случайный процесс | Численное решение нелинейных уравнений<br>Многоканальная модель СМО с ограниченной очередью.<br>Многоканальная модель СМО с неограниченной очередью | 6<br>1           |
| <b>Раздел 3. Имитационное моделирование</b><br>Тема 1. Нелинейное программирование   | Основные понятия и определения   | Решение систем нелинейных уравнений   | 6                |
| Тема 2. Сетевые методы планирования  | Основные понятия и определения.  | Решение оптимизационных задач о нахождении временных параметров событий и работ   | 7                |
| Тема 3. Игровые модели   | Основные понятия и определения   | Решение игр в чистых стратегиях. Принцип минимакса  | 5                |

## Самостоятельная работа №1

**Название работы:** Построение простейших математических моделей.

**Цель работы:** закрепление и расширение теоретических знаний, умение применять на практике, формирование учебно-познавательных, информационных компетенций.

**Уровень СРС:** эвристическая.

**Форма контроля:** письменный конспект в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 6 часов.

**Задание:**

изучить тему «Построение простейших математических моделей» и написать конспект.

В конспекте отразить:

1. Определение математической модели.
2. Этапы построения модели.
3. Привести примеры.

**Критерии оценки:**

оценка «5» - полные глубокие знания по данной теме

оценка «4» - неполное раскрытие темы, но умение ориентироваться в своем подготовленном материале

оценка «3» - материал не структурирован, не раскрыт, на вопросы нет ответа

## Самостоятельная работа №2

**Название работы:** Построение простейших математических моделей.

**Цель работы:** закрепление и расширение теоретических знаний, умение применять на практике, формирование учебно-познавательных, информационных компетенций.

**Уровень СРС:** эвристическая.

**Форма контроля:** письменный конспект в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 3 часа.

**Задание:**

Изучить тему «Построение простейших математических моделей» и написать конспект.

В конспекте отразить:

1. Определение математической модели.
2. Этапы построения модели.
3. Привести примеры.

**Критерии оценки:**

оценка «5» - полные глубокие знания по данной теме

оценка «4» - неполное раскрытие темы, но умение ориентироваться в своем подготовленном материале

оценка «3» - материал не структурирован, не раскрыт, на вопросы нет ответа

### Самостоятельная работа №3

**Название работы:** Решение простейших однокритериальных задач.

**Цель работы:** закрепление практического навыка решения прикладных задач.

**Уровень СРС:** воспроизводящая.

**Форма контроля:** письменная самостоятельная работа в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 5 часов.

**Задание:**

**Записать** в канонической форме задачи линейного программирования:

1. Найти максимум функции:  $F_{\max} = x_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot x_4 + x_5$  при условиях:

$$x_1 + x_3 - x_4 + x_5 \leq 4,$$

$$2x_1 - x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 3,$$

$$x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 \leq 6,$$

$$x_1 + x_4 - 5x_5 \geq 7.$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

2. Найти максимум функции:  $F_{\max} = x_1 - 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_4 + x_5$  при условиях:

$$2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \leq 4,$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \leq 3,$$

$$x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 \leq 6,$$

$$-x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_5 = 7.$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

**Критерии оценки:**

оценка «5» - правильно выполнено 90 – 100%

оценка «4» - правильно выполнено 89 – 70%

оценка «3» - правильно выполнено 69 – 30%

### Самостоятельная работа №4

**Название работы:** Изучения темы "Теория очередей".

**Цель работы:** закрепление и расширение теоретических знаний, умение применять на практике, формирование учебно-познавательных, информационных компетенций.

**Уровень СРС:** эвристическая.

**Форма контроля:** письменный конспект в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 7 часов.

**Задание:**

Изучить тему «Теория очередей» и написать конспект.

В конспекте отразить:

1. Основные понятия и определения.
2. Основные формулы.
3. Привести примеры.

**Критерии оценки:**

оценка «5» - полные глубокие знания по данной теме

оценка «4» - неполное раскрытие темы, но умение ориентироваться в своем подготовленном материале

оценка «3» - подготовка материала: материал не структурирован, не раскрыт, на вопросы нет ответа

### **Самостоятельная работа №5**

**Название работы:** Изучение темы "Интерполирование алгебраическими многочленами. Сплайн- интерполирование."

**Цель работы:** закрепление и расширение теоретических знаний, умение применять на практике, формирование учебно-познавательных, информационных компетенций.

**Уровень СРС:** эвристическая.

**Форма контроля:** письменный конспект в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 5 часов.

**Задание:**

Изучить тему «Интерполирование алгебраическими многочленами. Сплайн-интерполирование» и написать конспект.

В конспекте отразить:

1. Основные понятия и определения.
2. Основные формулы.
3. Привести примеры.

**Критерии оценки:**

оценка «5» - полные глубокие знания по данной теме

оценка «4» - неполное раскрытие темы, но умение ориентироваться в своем подготовленном материале

оценка «3» - подготовка материала: материал не структурирован, не раскрыт, на вопросы нет ответа

### **Самостоятельная работа №6**

**Название работы:** Численное решение нелинейных уравнений.

**Цель работы:** закрепление практического навыка решения прикладных задач.

**Уровень СРС:** эвристическая.

**Форма контроля:** письменная самостоятельная работа в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 6 часов.

**Задание:**

Локализовать и получить методом Ньютона минимальный по модулю ненулевой корень уравнения с точностью 0.0001:

- |  |  |
|--|--|
| 1. $x - \sin x = 0.25$ ;                   | 13. $x - \sin 10x = 0$ ;               |
| 2. $\sqrt{x} - \cos x = 0$ ;               | 14. $\operatorname{ctg} x = x$ ;       |
| 3. $x^2 + 1 = \arccos x$ ;                 | 15. $\operatorname{tg} 3x + 0.4 = x$ ; |
| 4. $\lg x - 2x + 6 = 0$ ;                  | 16. $x^2 + 1 = \operatorname{tg} x$ ;  |
| 5. $\operatorname{tg}(0.5x + 0.2) = x$ ;   | 17. $x^2 - 1 = \ln x$ ;                |
| 6. $3x - \cos x - 1 = 0$ ;                 | 18. $0.5x + 1 = (x - 2)^2$ ;           |
| 7. $x + \lg x = 0.5$ ;                     | 19. $(x + 3) \cos x = 1$ ;             |
| 8. $x^2 = \arcsin(x - 0.2)$ ;              | 20. $x^2 \cos 2x = -1$ ;               |
| 9. $x + 4 \sin x = 2$ ;                    | 21. $\cos(x + 0.3) = x^2$ ;            |
| 10. $\operatorname{ctg} x - x = 0$ ;       | 22. $2x(x - 1)^2 = 2$ ;                |
| 11. $\operatorname{tg} x = \cos x - 0.1$ ; | 23. $x \ln(x + 1) = 0.5$ .             |
| 12. $x \ln(x + 1) - 0.3 = 0$ ;             | 24. $x^2 + 4 \sin x = 2$ .             |

### Критерии оценки:

оценка «5» - правильно выполнено 90 – 100%

оценка «4» - правильно выполнено 89 – 70%

оценка «3» - правильно выполнено 69 – 30%

### Самостоятельная работа №7

**Название работы:** Многоканальная модель СМО с ограниченной очередью.

Многоканальная модель СМО с неограниченной очередью.

**Цель работы:** закрепление и расширение теоретических знаний, умение применять на практике, формирование учебно-познавательных, информационных компетенций.

**Уровень СРС:** эвристическая.

**Форма контроля:** письменный конспект в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 1 час.

#### Задание:

Изучить тему «Многоканальная модель СМО с ограниченной очередью» и написать конспект.

В конспекте отразить:

1. Основные понятия и определения.
2. Основные формулы.
3. Привести примеры.

#### Критерии оценки:

оценка «5» - полные глубокие знания по данной теме

оценка «4» - неполное раскрытие темы, но умение ориентироваться в своем подготовленном материале

оценка «3» - материал не структурирован, не раскрыт, на вопросы нет ответа



### Самостоятельная работа №8

**Название работы:** Решение систем нелинейных уравнений.

**Цель работы:** закрепление практического навыка решения прикладных задач.

**Уровень СРС:** воспроизводящая.

**Форма контроля:** письменная самостоятельная работа в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 5 часов.

**Задание:**

Используя метод Ньютона, решить систему нелинейных уравнений с точностью  $\varepsilon = 0.0001$ , найдя начальное приближение графическим методом:

$$1. \begin{cases} \sin(x+1) - y = 1,2 \\ 2x + \cos y = 2,3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,5 \\ x - \cos y = 3,2 \end{cases}$$

**Критерии оценки:**

оценка «5» - правильно выполнено 90 – 100%

оценка «4» - правильно выполнено 89 – 70%

оценка «3» - правильно выполнено 69 – 30%

### Самостоятельная работа №9

**Название работы:** Решение систем нелинейных уравнений.

**Цель работы:** закрепление практического навыка решения прикладных задач.

**Уровень СРС:** воспроизводящая.

**Форма контроля:** письменная самостоятельная работа в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 1 час.

**Задание:**

Используя метод Ньютона, решить систему нелинейных уравнений с точностью  $\varepsilon = 0.0001$ , найдя начальное приближение графическим методом:

$$1. \begin{cases} \sin(x+1) - y = 1,2 \\ 2x + \cos y = 2,3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,5 \\ x - \cos y = 3,2 \end{cases}$$

**Критерии оценки:**

оценка «5» - правильно выполнено 90 – 100%

оценка «4» - правильно выполнено 89 – 70%

оценка «3» - правильно выполнено 69 – 30%

## Самостоятельная работа №10

**Название работы:** Решение оптимизационных задач о нахождении временных параметров событий и работ.

**Цель работы:** закрепление практического навыка решения прикладных задач.

**Уровень СРС:** воспроизводящая.

**Форма контроля:** письменная самостоятельная работа в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 7 часов.

**Задание:**

Задача 1. Для реализации проекта необходимо выполнение определенного количества работ. Наименование и продолжительность работ представлена в таблице:

|                              |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |     |     |     |    |    |    |    |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|---|---|-----|-----|-----|----|----|----|----|
| работы                       | A | B | C | D | E | F | G | H  | I  | J | K | L   | M   | N   | O  | P  | R  | S  |
| время                        | 7 | 8 | 6 | 5 | 4 | 3 | 8 | 5  | 2  | 8 | 9 | 7   | 4   | 6   | 3  | 7  | 5  | 2  |
| связь с предыдущими работами | - | - | - | A | B | B | C | DE | DE | G | G | IFJ | IFJ | IFJ | HL | HL | OM | NK |

Составить сетевой график проекта и определить все характеристики СПУ: ранние и поздние сроки совершения событий, резервы событий, критический путь, ранние и поздние сроки начала работ, ранние и поздние сроки окончания работ, полный резерв.

Задача 2. Для реализации проекта необходимо выполнение определенного количества работ. Наименование и продолжительность работ представлена в таблице:

|         |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| работы  | A  | B  | C  | D  | E  | F  | G  | H  | I  | J  | K  | L  | M  | N  | O  | P  | R  | S  |
| время   | 16 | 15 | 20 | 12 | 13 | 17 | 18 | 19 | 14 | 12 | 13 | 15 | 16 | 6  | 8  | 10 | 11 | 5  |
| связь с | -  | -  | -  | A  | A  | B  | B  | C  | EF | EF | GH | C  | GH | ML | JK | JK | DI | ON |



оценка «4» - правильно выполнено 89 – 70%

оценка «3» - правильно выполнено 69 – 30%

### Самостоятельная работа №11

**Название работы:** Решение игр в чистых стратегиях. Принцип минимакса.

**Цель работы:** закрепление практического навыка решения прикладных задач.

**Уровень СРС:** воспроизводящая.

**Форма контроля:** письменная самостоятельная работа в тетради.

**Количество часов на выполнение:** 5 часов.

**Задание:**

1. Дана матричная игра с платёжной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 8 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Определить максиминную стратегию первого игрока, минимаксную стратегию второго игрока, нижнюю и верхнюю цену игры.

2. Дана матричная игра с платёжной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 6 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Определить максиминную стратегию первого игрока, минимаксную стратегию второго игрока, нижнюю и верхнюю цену игры.

3. Дана матричная игра с платёжной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 2 & 1 \\ 7 & 8 & 5 & 6 \\ 4 & 7 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Найти нижнюю и верхнюю цену игры. Имеет ли данная матричная игра седловую точку?

4. Дана матричная игра с платёжной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Определить математическое ожидание выигрыша первого игрока (проигрыша второго игрока), если смешанная стратегия первого

игрока  $p = \left(\frac{4}{5}; \frac{1}{5}\right)$ , а смешанная стратегия второго игрока  $q = \left(\frac{4}{5}; 0; \frac{1}{5}\right)$ .

**Критерии оценки:**

оценка «5» - правильно выполнено 90 – 100%

оценка «4» - правильно выполнено 89 – 70%

оценка «3» - правильно выполнено 69 – 30%