

**Перечень теоретических и практических заданий к экзамену  
по ЕН.01 Элементы высшей математики  
(2 курс, 4 семестр 2023-2024 уч. г.)**

**Форма контроля:** Контрольная работа (Опрос)

**Описательная часть:** по выбору выполнить одно теоретическое и два практических задания

**Перечень теоретических заданий:**

**Задание №1**

Опишите виды уравнения прямой: каноническое, в общем виде, проходящей через две точки, через угловой коэффициент,

через нормальный вектор. Приведите примеры для каждого вида.

| Оценка | Показатели оценки                                     |
|--------|---|
| 5      | Описаны все виды уравнения прямой, приведены примеры. |
| 4      | Описаны 4 вида уравнения прямой.                      |
| 3      | Описаны 3 вида уравнения прямой.                      |

**Задание №2**

Дайте определение понятию матрица. Перечислите операции над матрицами и приведите их примеры.

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 5      | Дано определение матрицы, описаны операции над матрицами, приведены примеры. |
| 4      | Дано определение матрицы, описаны операции над матрицами.                    |
| 3      | Дано определение матрицы.  |

**Задание №3**

Дайте определение понятия - производная функции. Опишите ее геометрический смысл. Приведите примеры производных функций.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 5      | Дано определение производной функции, ее геометрический смысл, приведены примеры. |
| 4      | Дано определение производной функции, описан ее геометрический смысл.             |
| 3      | Дано определение производной функции.   |

#### Задание №4

Дайте определение понятиям: числовая последовательность, предел последовательности.  
Приведите примеры последовательностей

и их пределов.

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 5      | Дано определение последовательности, предела, приведены примеры. |
| 4      | Дано определение последовательности, предела.                    |
| 3      | Дано определение последовательности.                             |

#### Задание №5

Дайте определение понятию неопределенный интеграл. Перечислите его основные свойства.  
Приведите примеры свойств

неопределенного интеграла.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 5      | Дано определение неопределенного интеграла, перечислены его свойства , приведены примеры. |
| 4      | Дано определение неопределенного интеграла, перечислены его свойства.                     |
| 3      | Дано определение неопределенного интеграла.   |

#### Задание №6

Дайте определение понятию неопределенный интеграл. Перечислите его основные свойства.  
Приведите примеры свойств

неопределенного интеграла.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 5      | Дано определение неопределенного интеграла, перечислены его свойства , приведены примеры. |
| 4      | Дано определение неопределенного интеграла, перечислены его свойства.                     |
| 3      | Дано определение неопределенного интеграла.   |

#### Задание №7

Дайте определение понятию первообразной функции. Перечислите теоремы о первообразных.  
Приведите примеры вычисления первообразных функций.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 5      | Дано определение первообразной, перечислены теоремы о первообразных, приведены примеры. |
| 4      | Дано определение первообразной, перечислены теоремы о первообразных.                    |
| 3      | Дано определение первообразной.   |

### Задание №8

Дайте определение понятию определенный интеграл. Перечислите его основные свойства. Приведите примеры свойств определенного

интеграла.

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 5      | Дано определение определенного интеграла, перечислены его свойства, приведены примеры. |
| 4      | Дано определение определенного интеграла, перечислены его свойства.                    |
| 3      | Дано определение определенного интеграла.  |

### Задание №9

Дайте определение понятия обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Приведите алгоритм нахождения общего и частного решения

уравнения. Приведите примеры обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 5      | Дано определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, приведен алгоритм нахождения общего и частного решения, приведены примеры. |
| 4      | Дано определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, приведен алгоритм нахождения общего и частного решения.                    |
| 3      | Дано определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.  |

### Задание №10

Дайте определение понятию определенный интеграл. Запишите формулу Ньютона – Лейбница. Приведите пример вычисления

определенного интеграла.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 5      | Дано определение определенному интегралу, записана формула Ньютона-Лейбница, приведены примеры. |
| 4      | Дано определение определенному интегралу, записана формула Ньютона-Лейбница.                    |
| 3      | Дано определение определенному интегралу.   |

### Задание №11

Дайте определение комплексному числу. Перечислите свойства операций над комплексными числами. Приведите примеры операций над комплексными числами.

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 3      | Дано определение комплексного числа..  |
| 4      | Дано определение комплексного числа, перечислены операции над комплексными числами.                    |
| 5      | Дано определение комплексного числа, перечислены операции над комплексными числами, приведены примеры. |

### Задание №12

Дайте определение (запишите формулу) алгебраической и геометрической форм записи комплексных чисел. Приведите примеры.

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 3      | Дано определение, есть запись алгебраической формы комплексного числа.                               |
| 4      | Дано определение, есть формула в алгебраической и геометрической форме записи комплексного числа.    |
| 5      | Дано определение алгебраической и геометрической формы записи комплексного числа, приведены примеры. |

### Задание №13

Дайте определение сходимости и суммы ряда. Приведите примеры сходящихся и расходящихся рядов.

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 3      | Дано определение сходимости ряда.  |
| 4      | Дано определение сходимости и суммы ряда.  |
| 5      | Дано определение сходимости и суммы ряда, приведены примеры сходящихся и расходящихся рядов. |

### Задание №14

Дайте определение признакам Даламбера и Коши сходимости рядов. Приведите примеры сходимости рядов по Даламберу и по Коши.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Дано определение признаку Даламбера/Коши сходимости рядов.  |
| 4      | Дано определение признаку Даламбера и Коши сходимости рядов.  |
| 5      | Дано определение признаку Даламбера и Коши сходимости рядов, приведены примеры сходимости рядов по Даламберу и по Коши. |

### Задание №15

Сформулируйте и теорему о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Перечислите свойства абсолютно сходящегося ряда. Приведите примеры абсолютно сходящегося ряда.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Сформулирована теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда.   |
| 4      | Сформулирована теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда, перечислены свойства абсолютно сходящегося ряда.                    |
| 5      | Сформулирована теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда, перечислены свойства абсолютно сходящегося ряда, приведены примеры. |

### Задание №16

Дайте определение вектору. Перечислите свойства векторов. Приведите примеры применения свойств векторов.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Дано определение вектору.   |
| 4      | Дано определение вектору, перечислены свойства векторов.  |
| 5      | Дано определение вектору, перечислены свойства векторов, приведены примеры применения свойств векторов. |

### Перечень практических заданий:

#### Задание №1

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3 \\ x + y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -3 \end{cases}$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Из СЛАУ составлена матрица.   |
| 4      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.                                |
| 5      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных. |

### Задание №2

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} 4x - y - z = 4 \\ x - 5y - 2z = 4 \\ 3x + y + 5z = 7 \end{cases}$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Из СЛАУ составлена матрица.   |
| 4      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.                                |
| 5      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных. |

### Задание №3

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} x - 5y + z = -2 \\ 2x + 3y + 2z = 9 \\ 4x - 8y + z = 10 \end{cases}$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Из СЛАУ составлена матрица.   |
| 4      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.                                |
| 5      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных. |

#### Задание №4

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - 2y + 2z = -5 \\ 7x + y - z = 10 \end{cases}$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Из СЛАУ составлена матрица.   |
| 4      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.                                |
| 5      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных. |

#### Задание №5

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Из СЛАУ составлена матрица.   |
| 4      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.                                |
| 5      | Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных. |

#### Задание №6

Определить вид кривой второго порядка, вида:

$$16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0.$$

Найдите координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет и уравнения асимптот

| Оценка | Показатели оценки                     |
|--------|---------------------------------------|
| 3      | Определен вид кривой второго порядка. |

|   |   |
|---|---|
| 4 | Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров. |
| 5 | Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.        |

### Задание №7

Определить вид кривой второго порядка вида:  $25x^2 + 9y^2 = 900$ . Найдите координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет,

уравнения асимптот кривой второго порядка.

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Определен вид кривой второго порядка.                               |
| 4      | Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров. |
| 5      | Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.        |

### Задание №8

Определить вид кривой второго порядка вида:  $16x^2 - 9y^2 + 144 = 0$ . Найдите координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет и

уравнения асимптот

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Определен вид кривой второго порядка.                               |
| 4      | Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров. |
| 5      | Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.        |

### Задание №9

Определить вид кривой второго порядка вида:  $16x^2 + 9y^2 = 144$ .

Найдите координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет и уравнения асимптот кривой второго порядка

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Определен вид кривой второго порядка.                               |
| 4      | Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров. |
| 5      | Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.        |

**Задание №10**

$$\int \sqrt[3]{3x+5} dx$$

Вычислить интеграл (используя метод замены переменных):

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Правильно выполнена замена переменных.  |
| 4      | Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новой переменной.                |
| 5      | Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новой переменной, получен ответ. |

**Задание №11**

$$\int \frac{dt}{(3t-1)^3}$$

Вычислить интеграл (используя метод замены переменных):

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Правильно выполнена замена переменных.  |
| 4      | Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новой переменной.                |
| 5      | Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новой переменной, получен ответ. |

**Задание №12**

$$\int (4x^3 + 6x - 7) \ln x dx$$

Вычислить интеграл (используя метод интегрирования по частям):

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Правильно выполнена замена переменных.  |
| 4      | Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новым переменным.                |
| 5      | Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новым переменным, получен ответ. |

**Задание №13**

Вычислить интеграл (используя метод интегрирования по частям):

$$\int x e^x dx$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Правильно выполнена замена переменных.  |
| 4      | Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новым переменным.                |
| 5      | Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новым переменным, получен ответ. |

#### Задание №14

Вычислить интегралы:

$$\iint_D (x + y) dx dy, \text{ где } D - \text{прямоугольник } 3 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 2$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Двойной интеграл сведен к повторным.  |
| 4      | Двойной интеграл сведен к повторным, правильно расставлены пределы интегрирования.                          |
| 5      | Двойной интеграл сведен к повторным, правильно расставлены пределы интегрирования, получен численный ответ. |

#### Задание №15

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 5y' + 6y = 0$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---|
| 3      | Определен вид дифференциального уравнения.  |
| 4      | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде.  |
| 5      | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде,<br>найден общее решение дифференциального уравнения. |

### Задание №16

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 6y' + 13y = 0$$

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 3      | Определен вид дифференциального уравнения.   |
| 4      | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде.   |
| 5      | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде,<br>найдено общее решение дифференциального уравнения. |

### Задание №17

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$x dy + 2y dx = 0$$

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 3      | Определен вид дифференциального уравнения.   |
| 4      | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде.   |
| 5      | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде,<br>найдено общее решение дифференциального уравнения. |

### Задание №18

$$\frac{dy}{2x} + y dx = 0$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

| Оценка | Показатели оценки                          |
|--------|--|
| 3      | Определен вид дифференциального уравнения. |

|   |  |
|---|--|
| 4 | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида<br><br>дифференциального уравнения в общем виде.  |
| 5 | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде,<br><br>найдено общее решение дифференциального уравнения. |

### Задание №19

$$x^2 dy = y^2 dx$$

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 3      | Определен вид дифференциального уравнения.   |
| 4      | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида<br><br>дифференциального уравнения в общем виде.  |
| 5      | Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде,<br><br>найдено общее решение дифференциального уравнения. |

### Задание №20

Сформулируйте определение комплексного числа и покажите на чертеже геометрическую интерпретацию комплексного числа.

| Оценка | Показатели оценки  |
|--------|--|
| 5      | Верно дано определение, показаны на чертеже комплексные числа; записана формула для комплексного числа в виде алгебраического выражения. |
| 4      | Дано определение комплексного числа и рассмотрен один случай на чертеже для 1 четверти.  |
| 3      | Верно дано определение комплексного числа, дана формула в виде алгебраического выражения для записи комплексного числа.                  |

### Задание №21

Исследовать ряд на сходимость, используя признак сравнения или предел общего члена:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot (n+3)}$$

Используя признак Даламбера, исследовать ряд на сходимость:

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^3}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot (n+1)}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot (n+1)}$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---------------------|
| 3      | Исследован 1 ряд.   |
| 4      | Исследованы 2 ряда. |
| 5      | Исследованы 3 ряда. |

### Задание №22

Исследовать ряд на сходимость, используя признак сравнения или предел общего члена:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot 2^{2n-1}}$$

Используя признак Даламбера, исследовать ряд на сходимость:

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3 \cdot 2^n}$$

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot 2^{2n-1}}$$

| Оценка | Показатели оценки   |
|--------|---------------------|
| 3      | Исследован 1 ряд.   |
| 4      | Исследованы 2 ряда. |
| 5      | Исследованы 3 ряда. |

### Задание №23

1) Укажите координаты вектора  $\vec{c} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$ , если  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i}$ .

Векторы  $\vec{a}(3; x; 6)$  и  $\vec{b}(6; 6; y)$  коллинеарные. Найдите  
2) произведение  $xу$ .

3) Даны векторы  $\vec{a}(7; 3)$  и  $\vec{b}(5; 2)$ . Вычислить  $|\vec{a} + \vec{b}|$ .

| Оценка | Показатели оценки              |
|--------|--------------------------------|
| 5      | Дано верное решение 3 заданий. |
| 4      | Дано верное решение 2 заданий. |
| 3      | Дано верное решение 1 задания. |

### Задание №24

Найдите длину вектора  $\vec{a}$ , если этот вектор коллинеарен

1) вектору  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$ .

При каком значении  $n$  векторы  $\vec{a}(n; -2; 1)$  и  $\vec{b}(n; 1; -n)$   
2) перпендикулярны?

Даны векторы  $\vec{a}(6; 2; 1)$  и  $\vec{b}(0; -1; 2)$ . Найдите длину вектора  
3)  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$

| Оценка | Показатели оценки |
|--------|-------------------|
|--------|-------------------|

|   |                                |
|---|--------------------------------|
| 5 | Дано верное решение 3 заданий. |
| 4 | Дано верное решение 2 заданий. |
| 3 | Дано верное решение 1 задания. |