

**Контрольно-оценочные средства для проведения текущего
контроля
по ОП.10 Численные методы
(3 курс, 6 семестр 2024-2025 уч. г.)**

Текущий контроль №1

Форма контроля: Контрольная работа (Опрос)

Описательная часть: Контрольная работа с применением ИКТ

Задание №1

Сформулируйте развернутый ответ на вопросы:

- 1) Назовите основные источники погрешностей.
- 2) В чем заключается геометрический смысл метода половинного деления?
- 3) В чем заключается геометрический смысл метода хорд?
- 4) В чем основное отличие точных и приближенных методов решения систем линейных уравнений?
- 5) Какое вы знаете правило окончания вычислительного процесса по методу итераций?
- 6) К точным или приближенным методам относится метод Гаусса?
- 7) Полиномом какой степени является интерполяционный полином Лагранжа при 7 узлах?
- 8) В чем заключается разница между первой и второй интерполяционными формулами Ньютона?

Оценка	Показатели оценки
5	Верно дан развернутый ответ на 7-8 вопросов.
4	Верно дан развернутый ответ на 5-6 вопросов.
3	Верно дан развернутый ответ на 3-4 вопроса.

Задание №2

Вычислите и определите погрешность результата для X.

$$X = \frac{\sqrt{m \cdot n^4}}{9k} \text{ где } m=19,714(\pm 0,002), n=2,902 (\pm 0,007), k=0,218 (\pm 0,004).$$

Оценка	Показатели оценки

5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №3

Вычислите и определите погрешность результата для X.

$$X = 5 \cdot \frac{\sqrt{m} \cdot n^{3/4}}{\sqrt{k}} \text{ где } m=15,401 (\pm 0,005), n=6,250 (\pm 0,005), k=9,379 (\pm 0,005).$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №4

Найдите приближенное значение функции с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа при заданном значении аргумента.

Значение аргумента

0,768

к	х	у
0	0,76	7,22503
1	0,82	7,48336
2	0,86	7,74263
3	0,91	7,84326

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №5

Найдите приближенное значение функции с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа при заданном значении аргумента.

к	х	у
0	0,36	9,34503
1	0,42	9,58336
2	0,46	9,84263
3	0,51	9,94326

Значение аргумента

0,365

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №6

Вычислите приближенное значение функции, используя первую или вторую интерполяционные формулы Ньютона с тремя слагаемыми и оценкой погрешности.

k	x	y
0	0,15	4,4817
1	0,16	4,953
2	0,17	3,4739
3	0,18	6,0696
4	0,19	6,6859
5	0,20	7,3891
6	0,21	8,1662
7	0,22	9,0250
8	0,23	9,9742
9	0,24	11,0232
10	0,25	12,1825

Значение аргумента 0,1641 0,2483

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №7

Вычислите приближенное значение функции, используя первую или вторую интерполяционные формулы Ньютона с тремя слагаемыми и оценкой погрешности.

x	y
0	4,4817
1	4,953
2	3,4739
3	6,0696
4	6,6859
5	7,3891
6	8,1662
7	9,0250
8	9,9742
9	11,0232
10	12,1825

Значение аргумента 0,1753 0,2281

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №8

Найдите действительный корень уравнения с точностью 10^{-5} , на интервале $[a,b]$.

ПРИМЕЧАНИЕ: На первом этапе решения методом деления пополам, уменьшать интервал, содержащий корень, до тех пор, пока его длина не станет меньше 0,2. Потом применить метод хорд и касательных.

$$2x^4 - 15x + 3 = 0, \quad [1; 2,4].$$

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №9

Найдите действительный корень уравнения с точностью 10^{-5} , на интервале $[a,b]$.

ПРИМЕЧАНИЕ: На первом этапе решения методом деления пополам, уменьшать интервал, содержащий корень, до тех пор, пока его длина не станет меньше 0,2. Потом применить метод хорд и касательных.

$$5x^4 + 2x - 1 = 0, \quad [0,1; 1,5].$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №10

Решите систему уравнений методом Зейделя.

ПРИМЕЧАНИЕ: Продолжать итерации до тех пор, пока точность приближенного решения не станет меньше 0,005.

$$4,7x_1 + 0,24x_2 - 3,08x_3 = 8,1$$

$$0,9x_1 + 3,7x_2 - 1,5x_3 = 9,3$$

$$2,4x_1 - 0,8x_2 + 4,3x_3 = 2,6.$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №11

Решите систему уравнений методом Зейделя.

ПРИМЕЧАНИЕ: Продолжать итерации до тех пор, пока точность приближенного решения не станет меньше 0,005.

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

$$2x_1 + 6x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 0,5$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №12

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 13$$

$$2x_1 - x_2 - 3x_3 = 11$$

$$3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -7$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №13

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$x_1 - x_2 + x_3 = 4,9$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 11$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 13$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Текущий контроль №2

Форма контроля: Контрольная работа (Опрос)

Описательная часть: Контрольная работа с применением ИКТ

Задание №1

Сформулируйте развернутый ответ на вопросы:

- 1) Как в методе трапеций уменьшить погрешность нахождения интеграла?
- 2) В каких случаях метод трапеций находит применение?
- 3) Какой аппроксимирующей функцией заменяется подынтегральная функция в методе Симпсона?
- 4) Чему равна погрешность формулы Симпсона, если подынтегральная функция является многочленом 3-й степени?
- 5) Почему численными методами решается задача Коши, а не дифференциальное уравнение?
- 6) В каком виде дается решение задачи Коши численными методами?
- 7) Как можно оценить погрешность решения дифференциального уравнения при использовании метода Рунге – Кутты 4-го порядка?
- 8) Что можно отнести к недостаткам метода Рунге-Кутты, например, самого распространенного четвертого порядка?

Оценка	Показатели оценки
5	Верно даны развернутые ответы на 7-8 вопросов.
4	Верно даны развернутые ответы на 5-6 вопросов.
3	Верно даны развернутые ответы на 3-4 вопроса.

Задание №2

Методом трапеций вычислите интеграл с $n=20$. Оцените погрешность результата.

$$\int_{0,8}^{1,3} \frac{\sin 2x}{x} dx$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.

3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.
---	--

Задание №3

Методом трапеций вычислите интеграл с n=20. Оцените погрешность результата.

$$\int_{0,6}^{1,6} \frac{\cos x}{x+1} dx$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №4

Методом Симпсона вычислите интеграл с n=10. Оцените погрешность результата.

$$\int_1^2 \sqrt{x^3 + 0,35} dx$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №5

Методом Симпсона вычислите интеграл с $n=10$. Оцените погрешность результата.

$$\int_{2,5}^{3,5} \frac{1}{\sqrt{3x^2 - 2,3}} dx$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №6

Приняв $h=0,1$, решите указанную задачу Коши модифицированным методом Эйлера. Оцените погрешность вычислений.

$$y' = 2x - 7 \sin y, \quad y(1) = 3, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №7

Приняв $h=0,1$, решите указанную задачу Коши модифицированным методом Эйлера. Оцените погрешность вычислений.

$$y' = x - 5 \sin y, \quad y(2) = -3, \quad 2 \leq x \leq 3.$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №8

Приняв $h=0,1$, решите указанную задачу Коши методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

$$y' = 3y - \cos x, \quad y(1) = -4, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Задание №9

Приняв $h=0,1$, решите указанную задачу Коши методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

$$y' = y + 2 \cos x, \quad y(1) = -2, \quad 2 \leq x \leq 3.$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено правильно, возможна одна неточность или опечатка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.

4	Задание выполнено правильно, но недостаточны обоснования, допущены ошибка или два-три недочета. Работа выполнена самостоятельно и соответствует всем требованиям оформления.
3	В задании допущено более одной ошибки или более трех недочетов, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме. Работа соответствует всем требованиям оформления.

Текущий контроль №3

Форма контроля: Контрольная работа (Опрос)

Описательная часть: Контрольная работа с применением ИКТ

Задание №1

Напишите программу для решения уравнения

$$x^7 - 2x^6 + 7x - 8 = 0, \quad [0; 2]. \quad \text{три} \text{ методами:}$$

1. Методом деления отрезка пополам
2. Методом секущих
3. Методом простых итераций

Метод деления отрезка пополам (реализация)

```
1 import math
2
3
4 def bisections(func, bounds, eps=1e-4):
5     a, b = bounds
6     if func(a) * func(b) > 0:
7         print('На заданном интервале нет корней!')
8         return
9
10    x0 = (a + b) / 2
11    while abs(a - b) >= eps:
12        if func(a) * func(x0) > 0:
13            a = x0
14        else:
15            b = x0
16
17        x0 = (a + b) / 2
18
19    return x0
20
21
22 def func(x): #исходное уравнение
23     return math.exp(x) - 6 * x - 3
24
25
26 x = bisections(func, (-3, 1)) #вызов функции bisections()
27 print(x) #-0.386810302734375
28
```

Метод секущих (реализация)

```
1 def secant(func, x0, x1, eps=1e-4):
2     x_prev, x = x0, x1
3
4     while abs(x - x_prev) >= eps:
5         x, x_prev = (x - func(x) * (x - x_prev)
6                     / (func(x) - func(x_prev)), x)
7
8     return x
9
10
11 def func(x):
12     return x ** 3 - 18 * x - 83
13
14
15 x = secant(func, 3, 8)
16 print(x) #5.705115794637447
17
```

Метод простых итераций (реализация)

```
1 def func(x):
2     return np.exp(x) - 6 * x - 3
3
4
5 def phi(x):
6     return (np.exp(x) - 3) / 6
7
8
9 def iterations(phi, a, eps=1e-4):
10    i = 1
11    x = phi(a)
12    x0 = phi(x)
13
14    while abs(x - x0) >= eps:
15        x = phi(x0)
16        x0 = phi(x)
17        i += 1
18        if i == 10000:
19            print('Выполнено 10000 итераций, решение не найдено!')
20            return
21
22    return x0
23
24
25 x = iterations(phi, -3)
26 print(x) #-0.386796779231439
27
```

Оценка	Показатели оценки
5	Реализовано 3 метода в соответствии с программой.
4	Реализовано 2 метода в соответствии с программой.
3	Реализован 1 метод в соответствии с программой.

Задание №2

$$\int_0^1 \sqrt{x^3 + 1,5} dx$$

Напишите программу для вычисления интеграла

тремя методами:

1. Методом трапеций
2. Методом парабол
3. Методом прямоугольников

Программная реализация

```
1 def func(x):
2     return 1 / (1 + x ** 2)
3
4
5 def rects(func, limits, n=10):
6     a, b = limits
7
8     #Определение шага разбиения
9     h = (b - a) / n
10
11     #Расчет подынтегральной суммы
12     s = 0
13     for i in range(n):
14         s += h * func(a + h * (i + 0.5))
15
16     return s
17
18
19 print(rects(func, [0, 1])) #0.7856064962502745
20
```

Программная реализация

```
1 def func(x):
2     return 1 / (1 + x ** 2)
3
4
5 def traps(func, limits, n=10):
6     a, b = limits
7     h = (b - a) / n
8
9     #Заполним значения x
10    x = [a + i * h for i in range(n+1)]
11
12    #Расчет подынтегральной суммы
13    s = 0
14    for i in range(n):
15        s += h * (func(x[i]) + func(x[i+1])) / 2
16
17    return s
18
19
20 print(traps(func, [0, 1])) #0.7849814972267897
21
```


Программная реализация



```
1 def func(x):
2     return 1 / (1 + x ** 2)
3
4
5 def simpson(func, limits, n=10):
6     a, b = limits
7     h = (b - a) / n
8
9     x = [a + i * h for i in range(1, n)] #x в диапазоне (a, b) с шагом h
10
11     #Расчет подынтегральной суммы
12     #s1 - сумма элементов с нечетными индексами
13     #s2 - сумма элементов с четными индексами
14     s1, s2 = 0, 0
15     for i in range(len(x)):
16         if i % 2:
17             s1 += func(x[i])
18         else:
19             s2 += func(x[i])
20
21     return h / 3 * (func(a) + 2 * s1 + 4 * s2 + func(b))
22
23
24 print(simpson(func, [0, 1])) #0.7853981534848038
25
```

Оценка	Показатели оценки
5	Реализовано 3 метода в соответствии с программой.
4	Реализовано 2 метода в соответствии с программой.
3	Реализован 1 метод в соответствии с программой.