

**Перечень теоретических и практических заданий к экзамену
по ПОД.10 Математика
(1 курс, 2 семестр 2022-2023 уч. г.)**

Форма контроля: Контрольная работа (Информационно-аналитический)

Описательная часть: По выбору выполнить 1 теоретическое задание и 2 практических задания

Перечень теоретических заданий:

Задание №1

Дать определение синуса, косинуса, тангенса угла (с использованием тригонометрического круга).
Знать знаки тригонометрических функций по четвертям

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно дано определение двух функции
4	Правильно даны определения двух функций и знаки по четвертям.
5	Правильно даны определения трех функций и знаки по четвертям

Задание №2

Дать определение критических точек, экстремума функции (максимум, минимум). Объяснить связь между производной и экстремумами функции

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение критических точек
4	Дано определение критических точек и экстремума функции.
5	Дано определение критических точек и экстремума функции. Приведена взаимосвязь между экстремумами функции и производной

Задание №3

Градусное и радианное измерения углов. Значение 1 радиана. Формула перевода значений углов из градусной меры в радианную и наоборот.

Оценка	Показатели оценки
3	Даны понятия градусного и радианного измерений углов, значение 1 радиана.
4	Даны понятия градусного и радианного измерений углов, значение 1 радиана. Приведена одна из формул перевода значений углов (из градусной меры в радианную или наоборот)

5	Даны понятия градусного и радианного измерений углов, значение 1 радиана. Приведены формулы перевода значений углов (из градусной меры в радианную и наоборот)
---	---

Задание №4

Сформулировать правило приведения для тригонометрических функций

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно сформулировано, для чего используются правила приведения, для каких углов
4	Правильно сформулировано, для чего используются правила приведения. Сформулировано правило, для каких углов производится смена наименования функции, для каких углов смена наименования функции не производится .
5	Правильно сформулировано, для чего используются правила приведения. Сформулировано правило, для каких углов производится смена наименования функции, для каких углов смена наименования функции не производится . Сформулировано правило определения знака полученной функции (правой части полученного выражения)

Задание №5

Дать определение четности и нечетности функции. Указать какие из тригонометрических функций являются нечетными, какие четными

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение четности и нечетности функции. Указано какие из тригонометрических функций являются нечетными, какие четными
4	Дано определение четности и нечетности функции. Указано какие из тригонометрических функций являются нечетными, какие четными. Правильно указаны нечетные и четная тригонометрические функции (без демонстрации на тригонометрическом круге)
5	Дано определение четности и нечетности функции. Указать какие из тригонометрических функций являются нечетными, какие четными. Правильно указаны нечетные и четная тригонометрические функции с демонстрацией на тригонометрическом круге

Задание №6

Сформулировать свойства функции $y=\sin x$, $y=\cos x$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно сформулированы 2 свойства
4	Правильно сформулированы 3 свойства
5	Правильно сформулированы 4 свойства

Задание №7

Сформулировать определение производной, физический смысл производной для прямолинейного движения и для функции $y=f(x)$

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулировано определение производной
4	Сформулировано определение производной, указан физический смысл производной для прямолинейного движения
5	Сформулировано определение производной, указан физический смысл производной для прямолинейного движения и для функции $y=f(x)$

Задание №8

Сформулировать определение производной, геометрический смысл производной, записать уравнение касательной

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулировано определение производной
4	Сформулировано определение производной, геометрический смысл производной
5	Сформулировано определение производной, геометрический смысл производной, записано уравнение касательной

Задание №9

Сформулировать определение многогранника, элементов многогранника (грани, ребра, высота), определение призмы, виды призм

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулировано определение многогранника, элементов многогранника

4	Сформулировано определение многогранника, элементов многогранника (грани, ребра, высота)
5	Сформулировано определение многогранника, элементов многогранника (грани, ребра, высота), определение призмы, указаны виды призм

Задание №10

Сформулировать определение неопределенного интеграла, указать свойства, дать геометрическое толкование

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулировано определение неопределенного интеграла
4	Сформулировано определение неопределенного интеграла, указаны свойства
5	Сформулировано определение неопределенного интеграла, указаны свойства, дано геометрическое толкование

Задание №11

Дайте развернутый ответ по теме: «Определение радианной меры угла, синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа. Числовая окружность»

Оценка	Показатели оценки
3	Ответы на вопросы носят фрагментарный характер, упущены содержательные блоки, необходимые для полного раскрытия темы
4	На вопросы даны ответы с неточностями, не все термины употребляются правильно или присутствуют некорректные утверждения
5	На все вопросы даны исчерпывающие ответы, проиллюстрированные наглядными примерами, где это необходимо, все понятия раскрыты верно

Задание №12

Выполнить тест (каждый правильный ответ 1 балл):

1. Упорядоченное множество, отличающееся только порядком элементов, называется
 - a) перестановкой
 - b) размещением
 - в) сочетанием
 - г) разностью
2. Упорядоченное подмножество из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга либо своими элементами либо порядком их расположения, называется ...
 - a) сочетанием
 - b) размещением
 - в) перестановкой
 - г) разностью
3. ... из n элементов по m называется любое подмножество из m элементов, которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.
 - a) перестановкой
 - b) размещением
 - в) сочетанием
 - г) разностью
4. Событие, которое обязательно происходит, называется ...
 - a) невозможным
 - b) достоверным
 - в) случайным
 - г) достоверным и случайным
5. Событие называется ..., если оно не может произойти в результате данного испытания.
 - a) случайным
 - b) невозможным
 - в) достоверным
 - г) достоверным и случайным
6. События A и $\bar{A}$ называется ..., если появление одного из них в результате данного испытания влечет появление другого.
 - a) совместным
 - b) несовместным
 - в) противоположным
 - г) несовместным и противоположным
7. Вероятность достоверного события
 - a) больше 1
 - b) равна 1
 - в) равна 0
 - г) меньше 1
8. Вероятность невозможного события равна
 - a) больше 1
 - b) равна 1
 - в) равна 0
 - г) меньше 1
9. Отношение числа испытаний, в которых событие произошло, к общему числу фактически проведенных испытаний называется
 - a) классической вероятностью
 - b) относительной частотой
 - в) физической частотой
 - г) геометрической вероятностью
10. Отношение меры области, благоприятствующей появлению события, к мере всей области называется
 - a) геометрической вероятностью
 - b) классической вероятностью
 - в) относительной частотой
 - г) физической частотой
11. Вероятность появления события A определяется неравенством
 - a) $0 < P(A) < 1$
 - b) $0 \leq P(A) \leq 1$
 - в) $0 < P(A) \leq 1$
 - г) нет верного ответа
12. Сумма вероятностей противоположных событий равна
 - a) 1
 - b) 0
 - в) -1
 - г) 2

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно даны ответы на 6-8 вопросов
4	Правильно даны ответы на 9-11 вопросов
5	Правильно даны ответы на 11-12 вопросов

Перечень практических заданий:

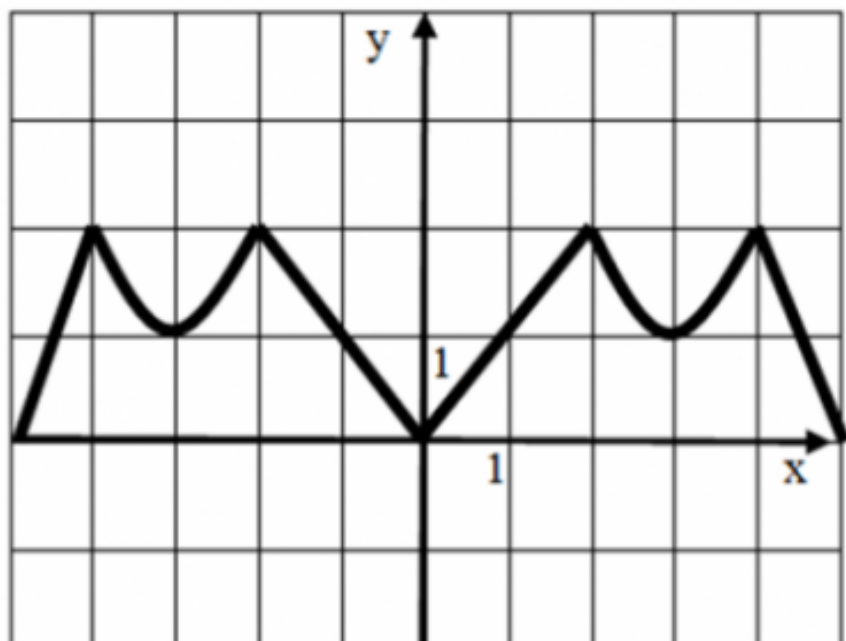
Задание №1

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Оценка	Показатели оценки
3	Записана формула тангенса
4	Записана формула тангенса, найден синус
5	Записана формула тангенса, найден синус, получен численный ответ

Задание №2

Опишите функцию, график которой изображен на рисунке

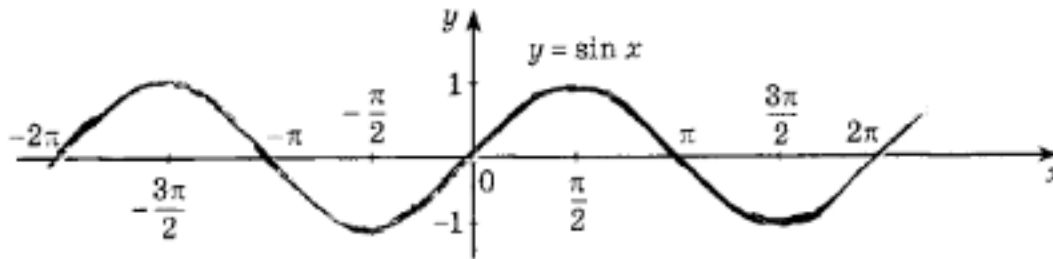


- 1) укажите область определения;
- 2) укажите множество значений;
- 3) является ли функция четной или нечетной?
- 4) укажите промежутки возрастания и убывания.

Оценка	Показатели оценки
3	Указаны два свойства
4	Указаны три свойства
5	Указаны четыре свойства

Задание №3

Обозначьте все корни уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[-2\pi; \pi]$ на графике:



Оценка	Показатели оценки
3	найден один корень уравнения
4	найжены два корня уравнения
5	найжены три корня уравнения

Задание №4

1. На рисунке 1 точками показана среднесуточная температура воздуха каждый день с 17 ноября по 5 декабря. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки соединены линией. Используя график, определите наибольшую среднесуточную температуру в период с 22 ноября по 3 декабря.

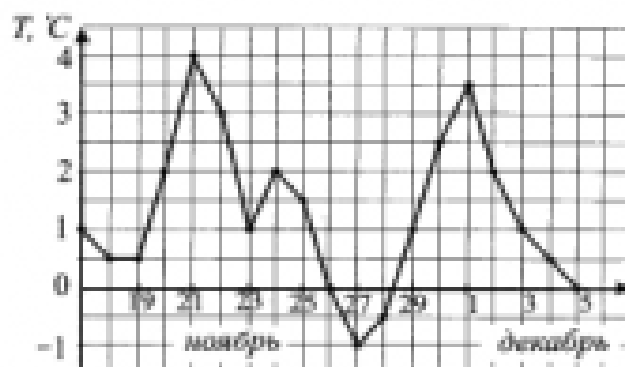


Рис. 1.

Порядок выполнения задания

1. Прочитайте текст задачи.
2. Определите, изменение какой величины характеризует график.
3. Найдите цену деления по вертикали.
4. Выделите период времени, о котором говорится в задаче.
5. Определите наибольшую среднесуточную температуру.
6. Запишите ответ.

Максимальное число баллов - 2

2. Определите по графику (см. рис. 2) длину промежутка, на котором значения функции $y = f(x)$ будут не больше -2 .

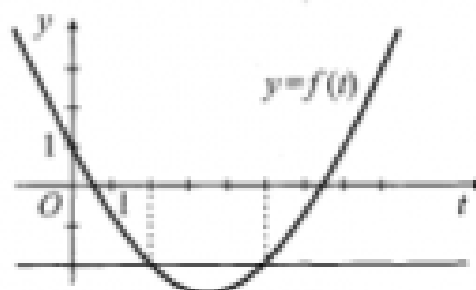


Рис. 2.

Максимальное число баллов - 3

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

3	Суммарное число набранных баллов =3
4	Суммарное число набранных баллов =4
5	Суммарное число набранных баллов =5

Задание №5

Сила переменного электрического тока является функцией, зависящей от времени, и выражается формулой

$$I = A \sin (\omega t + \varphi),$$

где A — амплитуда колебания, ω — частота, φ — начальная фаза.

$$A = 2, \omega = 1, \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Запишите формулу для построения графика с использованием численных значений величин в виде $y = f(x)$.

Укажите виды простейших преобразований вспомогательного графика $y = \sin x$, необходимые для построения графика полученной функции.

Оценка	Показатели оценки
3	Записана формула для построения графика с использованием численных значений величин $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
4	Записана формула для построения графика с использованием численных значений величин $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. Указан один вид простейших преобразований вспомогательного графика $y = \sin x$ для построения графика полученной функции. (сдвиг вспомогательного графика вправо вдоль оси Ox на $\frac{\pi}{4}$ или растяжение вспомогательного графика в 2 раза вдоль оси Oy)
5	Записана формула для построения графика с использованием численных значений величин $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. Указаны 2 вида простейших преобразований вспомогательного графика $y = \sin x$ для построения графика полученной функции. (сдвиг вспомогательного графика вправо вдоль оси Ox на $\frac{\pi}{4}$ и растяжение вспомогательного графика в 2 раза вдоль оси Oy)

Задание №6

Найдите производную функции:

1) $f(x) = 5x^3 - 4$

2) $f(x) = 2\sin x + \cos x - \operatorname{ctg} x$

3) $f(x) = (2x^3 + 1)(4x^4 - 2)$

4) $f(x) = \frac{2\cos 3x - 3\sin x}{\cos 2x}$

5) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$

Оценка	Показатели оценки
3	найжены любые 3 производные
4	найжены любые 4 производные
5	найжены все производные

Задание №7

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования, построить ее график.

$$f(x) = \frac{x^4}{2} - 2x^2$$

Оценка	Показатели оценки
3	найжены точки пересечения с осью ОХ, экстремумы функции
4	найжены точки пересечения с осью ОХ, экстремумы функции, промежутки выпуклости
5	найжены точки пересечения с осью ОХ, экстремумы функции, промежутки выпуклости, построен график

Задание №8

$$y = x^5 - 7x^3 + 3$$

$$y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x}$$

$$y = \sin x$$

$$y = (x + 3)^4$$

Оценка	Показатели оценки
3	найжены любые 2 производные
4	найжены любые 3 производные
5	найжены все производные

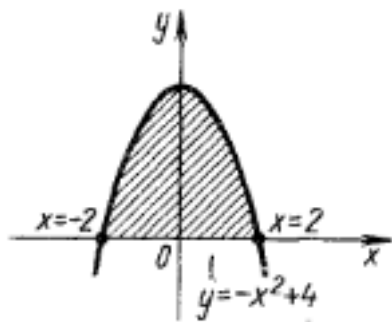
Задание №9

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4$, используя определенный интеграл.

Построить чертеж.

(один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Построен чертеж: Записана формула для вычисления площади фигуры. Найжены пределы интегрирования.

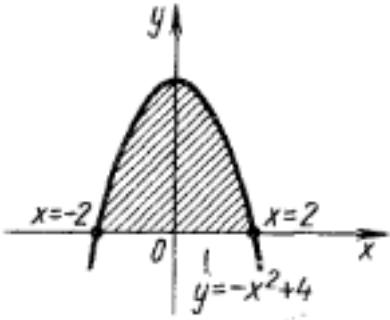


Построен чертеж:

Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования.

Записано выражение S для вычисления площади: $S = 2S_1$, где

$$S_1 = \int_0^2 (-x^2 + 4) dx$$

5	 Построен чертеж: Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования. Записано выражение S для вычисления площади: $S = 2S_1$, где $S_1 = \int_0^2 (-x^2 + 4) dx$ Получен результат: $S = 10\frac{2}{3}$ кв.ед.
---	--

Задание №10

Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = x^3$ в точке C(-2; -8)

Оценка	Показатели оценки
3	Найдена производная функции
4	Правильно вычислено значение производной в точке C, но не указано, что коэффициент касательной в точке равен значению производной в этой точке
5	Показано, что угловой коэффициент касательной в точке C равен значению производной в данной точке. вычислено значение углового коэффициента.

Задание №11

Решите уравнения:

1) $2\sin x - 1 = 0$

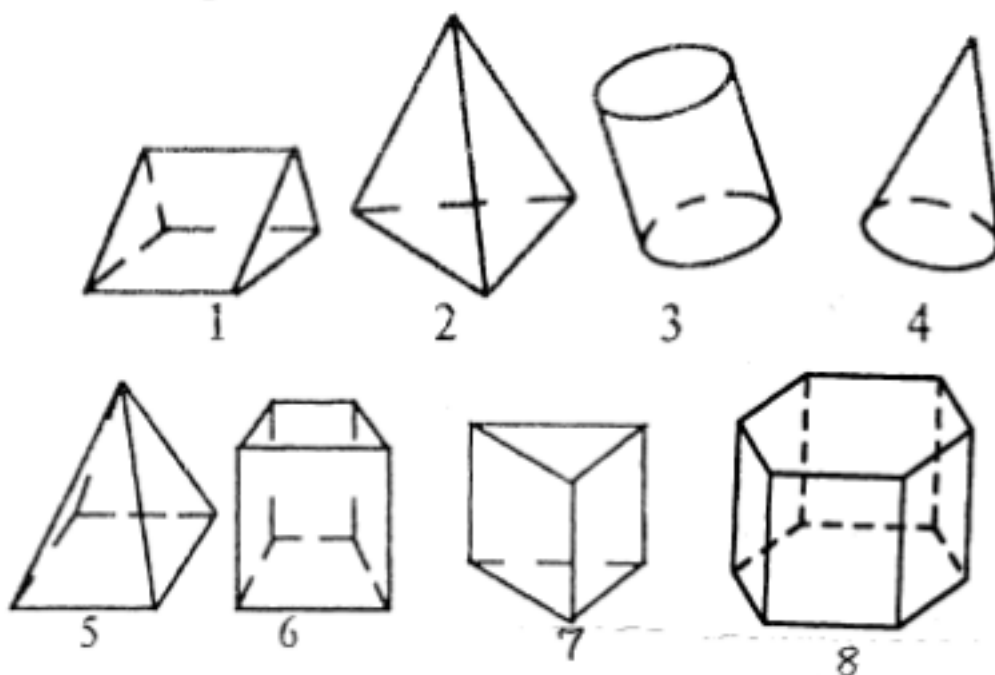
2) $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$;

3) $\sin x + \cos x = 0$

Оценка	Показатели оценки
3	Решено одно любое уравнение
4	Решено два любых уравнения
5	Решены все уравнения

Задание №12

1. Среди изображенных тел выберите, те которые являются призмами



Оценка	Показатели оценки
3	указаны два номера из четырех (1,6,7,8)
4	указаны три номера из четырех (1,6,7,8)
5	указаны все номера из четырех (1,6,7,8)

Задание №13

Ответьте на вопросы:

1. Многоугольники из которых составлены многогранники – это ...
2. Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого – это ... многогранника
Треугольная призма
3. В треугольной призме можно провести диагональ.
4. В основании треугольной призмы может лежать равнобедренный треугольник? (да, нет)
В правильной треугольной призме в основании лежит
- 5.
6. Треугольная призма имеетребер
7. Боковые грани прямой треугольной призмы...
8. Если в основании прямой призмы лежит правильный многоугольник то призма называется...
Четырехугольная призма
10. В основании четырехугольной призмы может лежать ромб? (да, нет)
11. Сколько вершин имеет куб?

Оценка	Показатели оценки
3	даны ответы на 5-7 вопросов
4	даны ответы на 5-7 вопросов
5	даны ответы на 10-11 вопросов

Задание №14

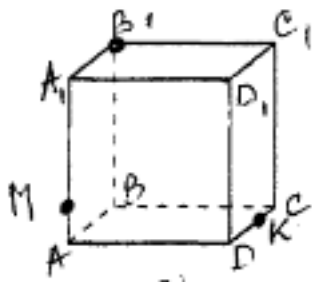
Решить задачу, построить чертеж.

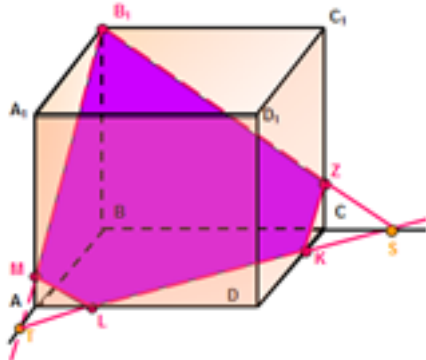
В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SC = 13$, $AC = 10$. Найдите высоту пирамиды.

Оценка	Показатели оценки
3	построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды
4	построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды, установлено, что основание пирамиды - квадрат, найдена диагональ квадрата
5	построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды, установлено, что основание пирамиды - квадрат, найдена диагональ квадрата. Вычислена высота пирамиды.

Задание №15

Построить сечение куба плоскостью MB₁K



Оценка	Показатели оценки
3	Проведена прямая B ₁ M до пересечения с ребром АВ, найдена точка их пересечения
4	Проведена прямая B ₁ M до пересечения с ребром АВ, найдена точка их пересечения. Полученная точка соединена с точкой К и продолжена до пересечения с ребром ВС. Получена новая точка.
5	Сечение построено полностью 

Задание №16

Скорость движения точки изменяется по закону $S = (3t^2 + 2t + 1)$ м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Запишите формулу вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного интеграла

Оценка	Показатели оценки

3	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного интеграла $s = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$
4	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного интеграла. Записан интеграл: $s = \int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt$
5	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного интеграла. Записан интеграл: $s = \int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt$ Произведены вычисления, получено значение S.

Задание №17

Сделайте чертёж и вычислите площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

- 1) $y=x^3-1$, $y=0$, $x=0$.
- 2) $y=x^2-3x-4$ и осью Ox .
- 3) $y=x^3$, $y=x^2$, $x=-1$, $x=0$.

Оценка	Показатели оценки
3	выполнено 1 задание
4	выполнены 2 задания
5	выполнены 3 задания

Задание №18

Пример. Дискретная случайная величина X задается законом

X	0,2	0,4	0,6	0,8	1
P	0,1	0,2	0,4	p_4	0,1

Чему равна вероятность $p_4 = P(X = 0,8)$?

Построить многоугольник распределения.

Оценка	Показатели оценки
3	Вычислена вероятность $p_4=0,2$
4	Вычислена вероятность $p_4=0,2$, построена прямоугольная система координат, нанесены точки с координатами (x_i, p_i)
5	Вычислена вероятность $p_4=0,2$, построена прямоугольная система координат, нанесены точки с координатами (x_i, p_i) / Построен многоугольник распределения