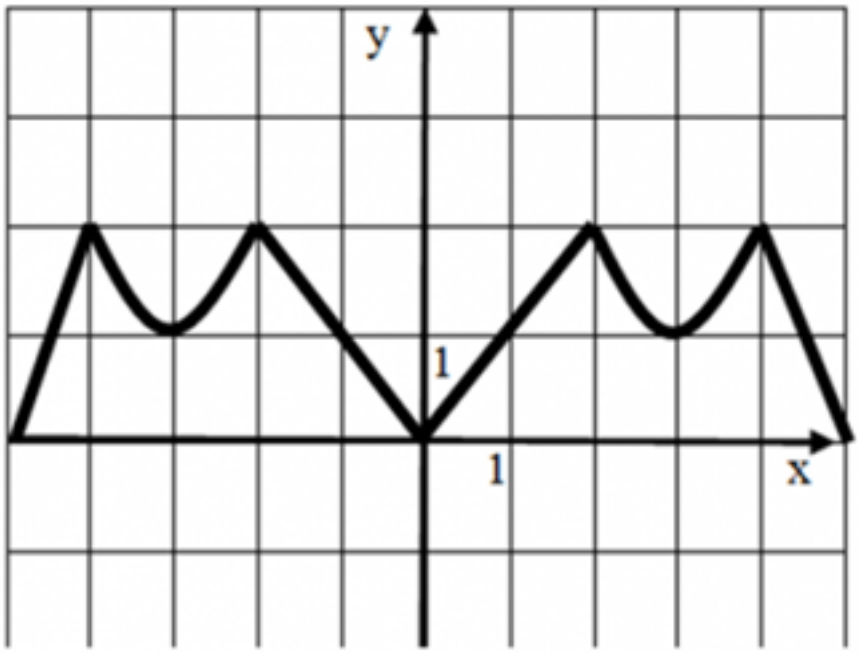
Перечень теоретических и практических заданий к экзамену
по ПОД.10 Математика
(1 курс, 2 семестр 2023-2024 уч. г.)

Форма контроля: Контрольная работа (Информационно-аналитический)
Описательная часть: По выбору выполнить 1 теоретическое задание и 2 практических задания

Перечень заданий:
Задание №1

Оишите функцию, график которой изображен на рисунке:



1) укажите область определения;

2) укажите множество значений;

3) является ли функция четной или нечетной?

4) укажите промежутки возрастания и убывания.

Оценка	Показатели оценки
5	Указаны верно четыре свойства.
4	Указаны четыре свойства, но допущены 1-2 недочета.
3	Указаны три свойства, но допущены 1-2 недочета.

Задание №2

1. На рисунке 1 точками показана среднесуточная температура воздуха каждый день с 17 ноября по 5 декабря. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки соединены линией. Используя график, определите наибольшую среднесуточную температуру в период с 22 ноября по 3 декабря.

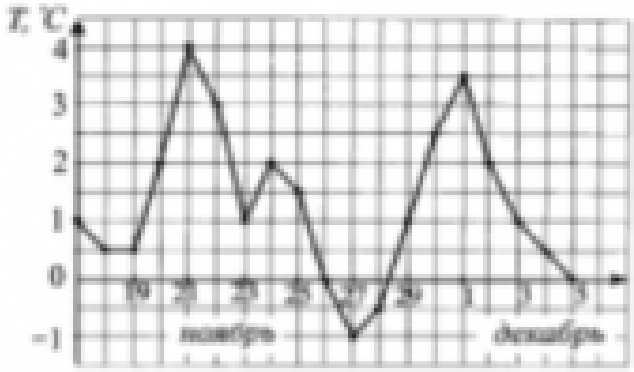


Рис. 1.

Порядок выполнения задания

1. Прочитайте текст задачи.
2. Определите, изменение какой величины характеризует график.
3. Найдите цену деления по вертикали.
4. Выделите период времени, о котором говорится в задаче.
5. Определите наибольшую среднесуточную температуру.
6. Запишите ответ.

Максимальное число баллов - 2

2. Определите по графику (см. рис. 2) длину промежутка, на котором значения функции $y = f(x)$ будут не больше -2.

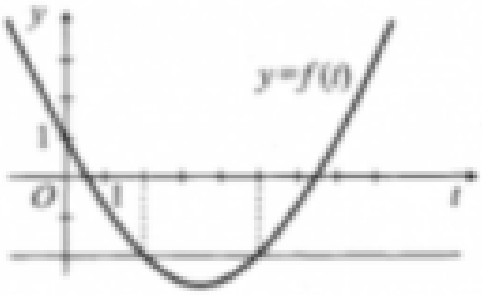


Рис. 2.

Максимальное число баллов - 3

Оценка	Показатели оценки
5	Суммарное число набранных баллов 5.
4	Суммарное число набранных баллов 4.
3	Суммарное число набранных баллов 3.

Задание №3

Найдите область определения функций:

$$f(x) = \frac{2x+3}{x^2+2x+5}$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.
4	Работа выполнена, но обоснования шагов решения недостаточны, допущены одна ошибка или есть два – три недочета.
3	При решении допущено более одной ошибки или более двух –трех недочетов в выкладках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №4

Найдите область определения функций:

$$y = \sqrt{3x^2 - x}$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.

4	Работа выполнена, но обоснования шагов решения недостаточны, допущены одна ошибка или есть два – три недочета.
3	При решении допущено более одной ошибки или более двух –трех недочетов в выкладках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №5

Сформулируйте развернутый ответ на вопрос: «Свойства функций: монотонность,четность, нечетность, ограниченность, периодичность».

Оценка	Показатели оценки
5	Студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий.
4	Студент допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет.
3	Студент демонстрирует знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил.

Задание №6

Сформулируйте определения тригонометрических функций.

Оценка	Показатели оценки
5	Студент полно излагает материал, дает правильное определение тригонометрических функций.
4	Студент дает определение тригонометрических функций, но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет.
3	Студент демонстрирует знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определениях тригонометрических функций.

Задание №7

Запишите формулы тригонометрических функций двойного угла: sin 2x, cos 2x, tg 2x.

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно записаны формулы sin 2x, cos 2x, tg 2x.

4	Формулы записаны, но студент допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет.
3	Допущено не более одной ошибки или двух –трех недочетов, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №8

Постройте график заданной функции с помощью простейших преобразований графиков:

$$y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно выбран способ построения графика, верно выполнены преобразования, аккуратно построен чертеж
4	Правильно выбран способ построения графика, построен чертеж.но допущены 1-2 недочета.
3	Допущено не более одной ошибки или двух –трех недочетов, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №9

Постройте график заданной функции с помощью простейших преобразований графиков:

$$y = (x + 3)^2 - 2$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно выбран способ построения графика, верно выполнены преобразования, аккуратно построен чертеж
4	Правильно выбран способ построения графика, построен чертеж.но допущены 1-2 недочета.

3	Допущено не более одной ошибки или двух –трех недочетов, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №10

Ответьте на вопросы:

1. Многоугольники из которых составлены многогранники – это …
2. Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого – это … многогранника

   Треугольная призма
3. В треугольной призме можно провести диагональ.
4. В основании треугольной призмы может лежать равнобедренный треугольник? (да, нет)
5. В правильной треугольной призме в основании лежит …..
6. Треугольная призма имеет ….ребер
7. Боковые грани прямой треугольной призмы…
8. Если в основании прямой призмы лежит правильный многоугольник то призма называется…

   Четырехугольная призма

10. В основании четырехугольной призмы может лежать ромб? (да, нет)
11. Сколько вершин имеет куб?

Оценка	Показатели оценки
5	Даны ответы на 8-9 вопросов.
4	Даны ответы на 10-11 вопросов.
3	Даны ответы на 5-7 вопросов.

Задание №11

Дайте развернутый ответ по теме: «Определение радианной меры угла, синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа. Числовая окружность».

Оценка	Показатели оценки
5	На вопросы даны исчерпывающие ответы, проиллюстрированные наглядными примерами там, где это необходимо. Ответы изложены грамотным научным языком, все термины употреблены корректно, все понятия раскрыты верно.

4	На вопросы даны в целом верные ответы, но с отдельными неточностями, не носящими принципиального характера. Не все термины употреблены правильно, присутствуют отдельные некорректные утверждения и грамматические / стилистические погрешности изложения. Ответы не проиллюстрированы примерами в должной мере.
3	Ответы на вопросы носят фрагментарный характер, верные выводы перемежаются с неверными. Упущены содержательные блоки, необходимые для полного раскрытия темы. Студент в целом ориентируется в тематике учебного курса, но испытывает проблемы с раскрытием конкретных вопросов.

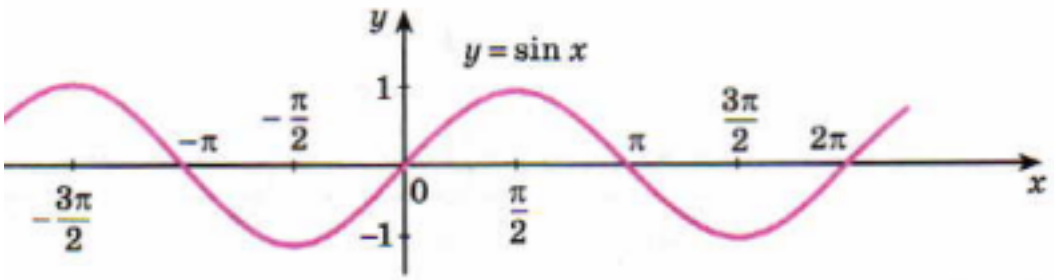
Задание №12

Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Записана формула тангенса. Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №13

Используя график функции y=sin x, найдите все корни уравнения sin x = 0 на отрезке [-3П/2; 3П/2]:



Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

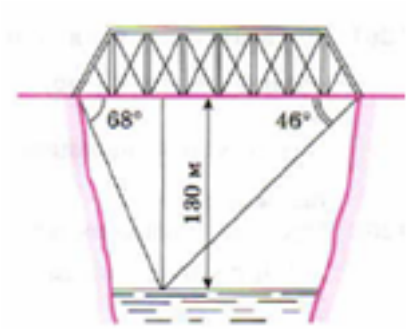
Задание №14

Вычислить угол а заготовки, изображенной на рисунке, если *a* = 4 см.

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №15

Вычислить длину моста по данным, указанным на рисунке:



Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №16

Вычислить: $\operatorname{tg}\alpha + 2\sin\alpha$,

если $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

Оценка	Показатели оценки

5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №17

Упростить:

$$\frac{3\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)\cdot\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}{tg\ (\pi-\alpha)}$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №18

Вычислить с помощью формул приведения:

$tg\ 150° + \cos 225° + \sin(-\frac{9\pi}{4})$

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №19

Решите уравнение:

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0;$$

Оценка	Показатели оценки

5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №20

Решите уравнение:

$$3\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №21

Решите уравнение:

$$\sqrt{3}\cos x + \sin x = 0$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно.
4	При правильном ходе решения задачи
3	Ход решения правилен, но допущены 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой.

Задание №22

Решите неравенство:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Оценка	Показатели оценки
5	Неравенство решено верно.
4	Неравенство решено, но допущена 1 негрубая ошибка или 1-2недочета.

3	Неравенство решено, но допущена 1 грубая ошибка.

Задание №23

Исследуйте функцию на экстремумы и построить график:

$$y = x^3 - 3x^2$$

Оценка	Показатели оценки
5	Найдены точки пересечения с осью OX, экстремумы функции, промежутки выпуклости и вогнутости, построен график.
4	Найдены точки пересечения с осью OX, экстремумы функции, промежутки выпуклости и вогнутости.
3	Найдены точки пересечения с осью OX, экстремумы функции.

Задание №24

Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ на отрезке $[-2; 2]$;

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено верно.
4	Задание выполнено, но допущены 1-2 недочета.
3	Задание выполнено не полностью, допущена грубая ошибка.

Задание №25

Найдите скорость и ускорение в указанный момент времени для точки, движущейся прямолинейно, если движение точки задано уравнением:

$$S = t^3 + 5t^2 + 4, t = 2$$

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено верно.
4	Задание выполнено, но допущены 1-2 недочета.
3	Задание выполнено не полностью, допущена грубая ошибка.

Задание №26

Скорость движения точки изменяется по закону S = (3t2 + 2t +1)м/с. Найдите путь, пройденный точкой за 10 с от начала движения. Запишите формулу вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного интеграла (один из возможных вариантов задания).

Оценка	Показатели оценки
5	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного интеграла. Вычисления выполнены верно.
4	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, при правильном ходе решения задачи допущены 1-2 недочета.
3	Записана формула вычисления пути, пройденного точкой, с помощью определенного интеграла, но при вычислениях допущена 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой или 1 негрубая ошибка и 1-2 недочета.

Задание №27

Вычислите работу силы (один из возможных вариантов задания):

Сжатие x винтовой пружины пропорционально приложенной силе F. Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Оценка	Показатели оценки
5	Записана формула вычисления работы силы и закон Гука. Работа вычислена верно.
4	Записана формула вычисления работы силы, записан закон Гука, но при вычислении работы допущены не более 2 недочетов.
3	Записана формула вычисления работы силы и закон Гука, но при вычислении работы допущена 1 грубая ошибка и 1 недочет или 1 негрубая ошибка не более 2 недочетов.

Задание №28

Движение летчика при катапультировании из реактивного самолета можно приблизительно описать формулой:

$S = 3{,}7\ t^3 + \ln t - 19t$ (м). Определите скорость и ускорение летчика через 2 секунды после катапультирования.

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено верно.
4	Задание выполнено, но допущены 1-2 недочета.
3	Задание выполнено не полностью, допущена грубая ошибка.

Задание №29

Найдите производную функции с помощью таблицы производных и правилдифференцирования:

$$y = \frac{3\sqrt{x}}{2x+9}$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно выбран способ решения, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.
4	Задание выполнено полностью, но допущены одна ошибка или есть 2-3 недочета..
3	Задание выполнено не полностью, допущена грубая ошибка.

Задание №30

Найдите производную функции с помощью таблицы производных и правилдифференцирования:

$$y = x^3 ctgx;$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно выбран способ решения, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.
4	Задание выполнено полностью, но допущены одна ошибка или есть два – три недочета..
3	Задание выполнено не полностью, допущена грубая ошибка, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №31

Найти производную сложной функции:

$$y = (4x-9)^8$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно выбран способ решения, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.
4	Задание выполнено полностью, но допущены одна ошибка или есть два – три недочета..
3	Задание выполнено не полностью, допущена грубая ошибка, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №32

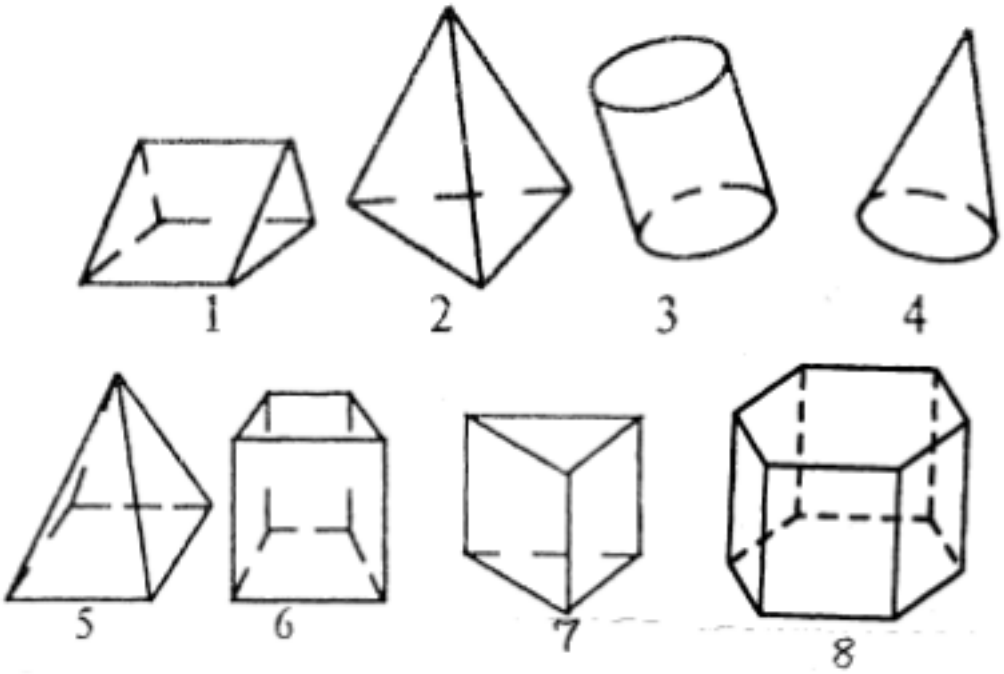
Найти производную сложной функции:

$$y = \sin(3x^2 - 4)$$

Оценка	Показатели оценки
5	Правильно выбран способ решения, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.
4	Задание выполнено полностью, но допущены одна ошибка или есть два – три недочета..
3	Задание выполнено не полностью, допущена грубая ошибка, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №33

1. Среди изображенных тел выберите, те которые являются призмами



Оценка	Показатели оценки
5	Указаны правильно четыре номера.
4	Указаны три номера из четырех.
3	Указаны правильно два номера из четырех.

Задание №34

Решить задачу, построить чертеж.

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SC = 13$, $AC = 10$. Найдите высоту пирамиды.

Оценка	Показатели оценки
5	Построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды. Установлено, что в основании пирамиды - квадрат. Найдено значение половины диагонали основания. Вычислена длина высоты пирамиды.
4	Построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды. Установлено, что в основании пирамиды - квадрат. Найдено значение половины диагонали основания.
3	Построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления высоты пирамиды.

Задание №35

Решите задачу:

Осевое сечение цилиндра – квадрат. Площадь основания цилиндра 25р см^2.

Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

Постройте чертеж, запишите формулу для вычисления полной поверхности цилиндра.

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно. Построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления полной поверхности цилиндра.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2 недочета в решении задачи или при построении чертежа.
3	Допущена 1 грубая ошибка или 2-3 недочета в решении задачи или при построении чертежа, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №36

Решите задачу:

Конусообразная палатка высотой 4 м с диаметром основания 5 м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины пошло на палатку?

Постройте чертеж. Запишите формулу для вычисления полной поверхности конуса.

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно. Построен чертеж к задаче, записана формула для вычисления полной поверхности конуса.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2 недочета в решении задачи или при построении чертежа.

3	Допущена 1 грубая ошибка или 2-3 недочета в решении задачи или при построении чертежа, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №37

Решите задачу:

Дан полушар радиуса длиной 4 м. Найдите площадь его полной поверхности.

Постройте чертеж.

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно. Построен чертеж к задаче.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2 недочета в решении задачи или при построении чертежа.
3	Допущена 1 грубая ошибка или 2-3 недочета в решении задачи или при построении чертежа, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Задание №38

Выполнить тест (каждый правильный ответ 1 балл):

1. Упорядоченное множество, отличающееся только порядком элементов, называется
   а) перестановкой
   б) размещением
   в) сочетанием
   г) разностью
2. Упорядоченное подмножество из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга либо самими элементами либо порядком их расположения, называется …
   а) сочетанием
   б) размещением
   в) перестановкой
   г) разностью
3. … из n элементов по m называется любое подмножество из m элементов, которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.
   а) перестановкой
   б) размещением
   в) сочетанием
   г) разностью
4. Событие, которое обязательно произойдет, называется …
   а) невозможным
   б) достоверным
   в) случайным
   г) достоверным и случайным
5. Событие называется …, если оно не может произойти в результате данного испытания.
   а) случайным
   б) невозможным
   в) достоверным
   г) достоверным и случайным
6. Событие А и $\bar{A}$ называется …, если непоявление одного из них в результате данного испытания влечет появление другого.
   а) совместимым
   б) несовместимым
   в) противоположным
   г) несовместным и противоположным
7. Вероятность достоверного события
   а) больше 1
   б) равна 1
   в) равна 0
   г) меньше 1

8. Вероятность невозможного события равна
   а) больше 1
   б) равна 1
   в) равна 0
   г) меньше 1
9. Отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний называется
   а) классической вероятностью
   б) относительной частотой
   в) физической частотой
   г) геометрической вероятностью
10. Отношение меры области, благоприятствующей появлению события, к мере всей области называется
   а) геометрической вероятностью
   б) классической вероятностью
   в) относительной частотой
   г) физической частотой
11. Вероятность появления события А определяется неравенством
   а) $0<P(A)<1$
   б) $0\leq P(A)\leq 1$
   в) $0<P(A)\leq 1$
   г) нет верного ответа
12. Сумма вероятностей противоположных событий равна
   а) 1
   б) 0
   в) -1
   г) 2

Оценка	Показатели оценки
5	Набраны 11-12 баллов.
4	Набраны 9-10 баллов.
3	Набраны 6-8 баллов.

Задание №39

Решить задачи (один из возможных вариантов задания):

1. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
2. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными.
3. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 3 детали. Найти вероятность того, что 2 детали окажутся без брака.

Оценка	Показатели оценки
5	Решены верно три задачи.

4	Решены три задачи, но допущена 1 негрубая ошибка или 1-2 недочета.
3	Решены две задачи или решены три задачи, но допущены: а) 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой; б) 1 грубая ошибка и не более 2 недочетов.

Задание №40

Пример. Дискретная случайная величина X задается законом

X	0,2	0,4	0,6	0,8	1
P	0,1	0,2	0,4	p_4	0,1

Чему равна вероятность $p_4 = P\ (X = 0{,}8)$?
Построить многоугольник распределения.

Оценка	Показатели оценки
5	Вычислена недостающая вероятность, построена прямоугольная система координат, обозначены точки с координатами, построен многоугольник распределения.
4	Вычислена недостающая вероятность, построена прямоугольная система координат, обозначены точки с координатами.
3	Вычислена недостающая вероятность.

Задание №41

Вычислить математическое ожидание случайной величины X, зная закон ее распределения:

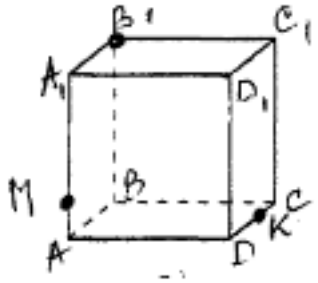
X	3	5	2
P	0,1	0,6	0,3

Записать формулу для вычисления дисперсии, вычислить дисперсию (один из возможных вариантов задания).

Оценка	Показатели оценки
5	Задача решена правильно: ход решения задачи верен, формулы записаны, вычислены математическое ожидание и дисперсия.
4	При правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 1-2 недочета.
3	Ход решения правилен, но допущены: а) 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой; б) 1 грубая ошибка и не более 2 недочетов.

Задание №42

Построить сечение куба плоскостью MB1K



Проверьте результат с помощью программы Geogebra /Изучение секций кубов /куб. Сделайте скриншот экрана.

Оценка	Показатели оценки
5	Сечение построено верно. Скриншот приложен.
4	Сечение построено с 1-2 неточностями. Скриншот приложен.
3	Сечение построено с 1 ошибкой. Скриншот приложен.

Задание №43

Используя программу **Geogebra**, построить график фигуры, ограниченной линиями:

$$x - 2y + 4 = 0$$

$$x + y - 5 = 0 \quad и \quad y = 0$$

вычислить площадь фигуры с помощью определенного интеграла.

Оценка	Показатели оценки
5	Задание выполнено верно.
4	При выполнении задания допущены 1-2 недочета.
3	При выполнении задания допущена 1 грубая ошибка.