

**Перечень теоретических и практических заданий к
дифференцированному зачету
по ЕН.01 Элементы высшей математики
(2 курс, 4 семестр 2022-2023 уч. г.)**

Форма контроля: Контрольная работа (Опрос)

Описательная часть: Контрольная работа содержит одно теоретическое задание и три практических задания

Перечень теоретических заданий:

Задание №1

Перечислите виды матриц и дайте их определение. На каждый вид матриц приведите пример.

Оценка	Показатели оценки
3	Перечислено не менее четырех видов матриц и даны их определения
4	Перечислены виды матриц такие как: Прямоугольная матрица, Квадратная матрица, Диагональная матрица, Скалярная матрица, Единичная матрица, Матрица -строка, Матрица-столбец, Треугольная матрица и даны их определения.
5	Перечислены виды матриц такие как: Прямоугольная матрица, Квадратная матрица, Диагональная матрица, Скалярная матрица, Единичная матрица, Матрица -строка, Матрица-столбец, Треугольная матрица, даны их определения и приведены примеры.

Задание №2

Дайте определение следующим терминам:

1. Предел переменной
2. Предел функции
3. Непрерывность функции
 1. в точке
 2. на интервале
4. Замечательные пределы
 1. Первый
 2. Второй
 3. Третий
5. Производная
6. Дифференциал
7. Неопределенный интеграл
8. Формула Ньютона-Лейбница
9. "Неберущиеся" интегралы

Оценка	Показатели оценки
5	Даны правильные определения следующим терминам: 1. Предел переменной стр. 170 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 2. Предел функции стр. 172 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 3. Непрерывность функции 1. в точке стр. 175 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 2. на интервале стр. 175 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 4. Замечательные пределы 1. Первый стр. 179 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 2. Второй стр. 179 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 3. Третий стр. 180 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 5. Производная стр. 192 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 6. Дифференциал стр. 233 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 7. Неопределенный интеграл стр. 281 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 8. Определенный интеграл стр. 310 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 9. "Неберущиеся" интегралы стр. 331 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике.
4	Даны правильные определения следующим терминам: 1. Предел переменной стр. 170 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 2. Предел функции стр. 172 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 3. Непрерывность функции 1. в точке стр. 175 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 4. Замечательные пределы 1. Первый стр. 179 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 2. Второй стр. 179 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 5. Производная стр. 192 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 6. Неопределенный интеграл стр. 284 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 7. Определенный интеграл стр. 310 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике.
3	Даны правильные определения следующим терминам: 1. Предел функции стр. 172 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 2. Производная стр. 192 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 3. Неопределенный интеграл стр. 281 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике. 4. Определенный интеграл стр. 310 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике.

Задание №3

Дать определение комплексным числам, показать действия над ними.

Оценка	Показатели оценки

3	Комплексные числа, действия над ними.
4	Даны определения комплексных чисел, мнимой единицы и приведены сложение вычитание и умножение комплексных чисел.
5	Даны определения и приведены четыре арифметических действия над ними.

Перечень практических заданий:

Задание №1

Решите СЛАУ матричным способом, используя формулы Крамера, методом Гаусса (приведен один из возможных вариантов).

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильное решение СЛАУ любым одним методом.
4	Правильное применение всех алгоритмов решения СЛАУ, допущены ошибки при выполнении расчетов в 1 методе.
5	Правильное решения СЛАУ всеми 3 способами Алгоритм решения СЛАУ матричным способом : 1. Составление матричного уравнение $AX=B$ 2. Нахождение обратной матрицы A^{-1} 3. Нахождение определителя матрицы 4. Правило треугольников 5. Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца 6. Нахождение алгебраических дополнений всех элементов a_{ij} матрицы 7. Составление новой матрицы 8. Транспонирование матрицы 9. Умножение матрицы на $1/D$ (D - определитель) 10. Нахождение произведения обратной матрицы A^{-1} на матрицу - столбец

свободных членов В.

11. Написание ответа, используя определения равных матриц.

Алгоритм решения СЛАУ используя формулы Крамера:

1. Составление матрицы А и матрицы - столбец В.

2. Нахождение определителя системы, используя:

- Правило треугольников
- Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца

3. Составление новых определителей системы, путем поочередной замены столбцов коэффициентов при $x_1, x_2, \dots, x_n$ на столбец свободных членов.

4. Нахождение определителей системы, составленных в пункте 3, используя:

- Правило треугольников
- Используя теорему о разложении определителя по элементам строки или столбца

5. Нахождение неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$ с использованием формул Крамера

Алгоритм решения СЛАУ используя метод Гаусса:

1. Приведение системы линейных алгебраических уравнений к эквивалентной ей системе с треугольной матрицей (прямой ход), используя следующие преобразования:

- Умножение или деление коэффициентов и свободных членов на одно и то же число;
- сложение и вычитание уравнений;
- перестановку уравнений системы;
- исключение из системы уравнений в которых все коэффициенты при неизвестных и свободные члены равны нулю.

2. Нахождение переменных из полученной треугольной системы, с помощью последовательных подстановок (обратный ход).

Задание №2

1. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(1, 2) и В(3, 4).

2. На параболе $y^2 = 8x$ найти точку, расстояние от которой до директрисы равно 4.

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

3	Правильное решение 1 задания
4	Правильное решение 2 заданий, но допущенно не более 2 ошибок
5	Правильное решение 2 заданий

Задание №3

1. Используя схему исследования функции построить графики функций по вариантам (вариант определяется преподавателем)

1 вариант: $y = x^4 - 2x^2 + 5$

2 вариант: $y = x^5 - 5x^4 + 1$

Оценка	Показатели оценки
5	Полное соблюдение схемы исследования функции, а именно: 1. Нахождение области определения функции. 2. Исследование функции на четность или нечетность. 3. Нахождение первой производной и определение промежутков знакопостоянства. 4. Нахождение второй производной и определение промежутков монотонности функции, и ее экстремумов. 5. Нахождение промежутков выпуклости и вогнутости функции, и точек перегиба. 6. Нахождение точек пересечения графика функции с осями координат. Построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.
4	Соблюдение схемы исследования функции. Неточное построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.
3	Минимальное соблюдение схемы исследования функции, а именно: 1. Нахождение области определения функции. 2. Нахождение первой производной, определение промежутков знакопостоянства и экстремумов. 3. Нахождение точек пересечения графика функции с осями координат. Построение графика функции, с использованием полученных результатов исследования.

Задание №4

Найдите площадь трех фигур (по выбору), ограниченной данными линиями. Сделайте чертеж.

$$1. (x^2 + y^2)^2 = 4xy;$$

$$2. x^2 + y^2 = 2y, y \geq x, x \geq 0;$$

$$3. (x^2 + y^2)^2 = 4(3x^2 + 2y^2);$$

$$4. (x^2 + y^2)^2 = 9(4x^2 + y^2);$$

$$5. (x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^3;$$

$$6. (x^2 + y^2)^3 = 4x^2y^2.$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно вычислены площади одной фигуры, согласно алгоритма: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде $y=f(x)$ 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры

3	Вычислена площадь 3-х фигур соблюдается ниже представленный алгоритм вычисления площади, допущены ошибки в расчетах . 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде $y=f(x)$ 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры
4	Правильно вычислены площади 2-х фигур, согласно алгоритма: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде $y=f(x)$ 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры
5	Правильно вычислены площади 3-х фигур, согласно алгоритма: 1. Выполнение схематического чертежа 2. Представление искомой площади как суммы или разности площадей криволинейных трапеций. 3. Определение пределов интегрирования из условий задачи и на основе чертежа 4. Представление каждой функции в виде $y=f(x)$ 5. Вычисление площади каждой криволинейной трапеции и площади искомой фигуры

Задание №5

1 вариант: $y = x^4 - 2x^2 + 5$

2 вариант: $y = x^5 - 5x^4 + 1$

. Используя схему исследования функции

построить графики функций

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно выполнен только один график
4	Долущена одна ошибка
5	Верно использованы схемы исследования функций и построены оба графика.

Задание №6

1. Решите дифференциальное уравнение с разделенными переменными

1. $e^x dx = y dy$
2. $2y dy = 3x^2 dx$

2. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

1. $x dy + 2y dx = 0$
2. $y' + 2x^2 y' + 2xy - 2x = 0$

3. Решите дифференциальное уравнение, используя схему Бернулли

1. $y'x + 2y = x^3$
2. $(1+x^2)y' - xy = 2x$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильное решение дифференциальных уравнений с разделенными переменными путем простого интегрирования
4	1. Правильное решение дифференциальных уравнений с разделенными переменными путем простого интегрирования 2. Правильное решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными путем использования математических преобразований и приведения к уравнению с разделенными переменными
5	1. Правильное решение дифференциальных уравнений с разделенными переменными путем простого интегрирования 2. Правильное решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными путем использования математических преобразований и приведения к уравнению с разделенными переменными 3. Правильное решение дифференциальных уравнений используя схему Бернулли: 1. Приведение уравнения к виду $y' + ry = q$ 2. Выполнение подстановки $y = uv$, нахождение $y' = u'v + uv'$ 3. Нахождение второй функции, путем использования математических способов преобразования уравнения. 4. Решение дифференциального уравнения 5. Записывание общего решения

Задание №7

1. Выполните действия в алгебраической, показательной и тригонометрической формах комплексного числа: $(5-2i)^2$
2. Решите уравнение: $x^2 + 4x + 5 = 0$

Оценка	Показатели оценки

3	Показаны умения выполнять математические действия в одной из форм комплексного числа.
4	Показаны умения выполнять математические действия в алгебраической и тригонометрических формах комплексного числа. Правильное решение квадратного уравнения с использованием теории комплексных чисел.
5	Показаны умения выполнять математические действия в алгебраической, тригонометрической и показательной формах комплексного числа. Правильное решение квадратного уравнения, с использованием теории комплексных чисел.