

**Перечень теоретических и практических заданий к
дифференцированному зачету
по ЕН.01 Математика
(2 курс, 4 семестр 2022-2023 уч. г.)**

Форма контроля: Контрольная работа (Информационно-аналитический)

Описательная часть: Выполнить один теоретический и два практических задания

Перечень теоретических заданий:

Задание №1

Дать определение криволинейной трапеции.

Записать формулы вычисления площади криволинейной трапеции в зависимости от ее вида (3 случая)

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение криволинейной трапеции. Записана 1 формула вычисления площади криволинейной трапеции
4	Дано определение криволинейной трапеции. Записаны 2 формулы вычисления площади криволинейной трапеции
5	Дано определение криволинейной трапеции. Записаны формулы вычисления площади криволинейной трапеции в зависимости от ее вида (3 случая)

Задание №2

Объясните геометрический смысл производной: дайте определение углового коэффициента касательной к графику функции

через понятие производной.

На графиках изобразите схематично возрастающую и убывающую функции.

Покажите связь между возрастанием и убыванием функции и знаком производной

Оценка	Показатели оценки
3	На графиках изображены схематично возрастающая и убывающая функции. Показана связь между возрастанием и убыванием функции и знаком производной

4	На графиках изображены схематично возрастающая и убывающая функции. Показана связь между возрастанием и убыванием функции и знаком производной Дано определение углового коэффициента касательной к графику функции
5	На графиках изображены схематично возрастающая и убывающая функции. Показана связь между возрастанием и убыванием функции и знаком производной Дано определение углового коэффициента касательной к графику функции, Дано объяснение геометрического смысла производной

Задание №3

На примере уравнения : $y'' + 2y' + 5y = 0$ запишите алгоритм решения однородного дифференциального уравнения

2-го порядка второго порядка с постоянными коэффициентами

Оценка	Показатели оценки
3	Записано характеристическое уравнение, найдены его корни
4	Записано характеристическое уравнение, найдены его корни. Записано решение дифференциального уравнения, но допущен недочет.
5	Записано характеристическое уравнение, найдены его корни. Записано решение дифференциального уравнения.

Задание №4

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^2, y = 0$$

Построить чертеж. Записать формулу для вычисления площади данной фигуры.

Оценка	Показатели оценки
3	Построен чертеж. Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования.

4	Построен чертеж. Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования. Записано выражение для вычисления площади данной фигуры
5	Построен чертеж. Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования. Записано выражение для вычисления площади данной фигуры. Вычислена площадь фигуры.

Задание №5

Дать определение неопределенного интеграла, записать 1-3 формулы из таблицы интегралов

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение неопределенного интеграла
4	Дано определение производной функции как предела разностного отношения, записаны 1-2 формулы производной элементарных функций
5	Дано определение производной функции как предела разностного отношения, записаны 3 формулы производной элементарных функций

Задание №6

3. Записать ряд Маклорена

$$f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots,$$

для функции $y = \cos 2x$. Вычислить $f'(x), f''(x), f'''(x)$.

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно вычислены $f'(x), f''(x), f'''(x)$ и $f'(0), f''(0), f'''(0)$.
4	Записан ряд Маклорена, но допущены 1-2 недочета.
5	Правильно записан ряд Маклорена

Задание №7

Запишите алгоритм перевода комплексного числа $x=a+bi$ из алгебраической формы в тригонометрическую.

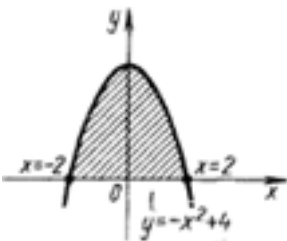
Оценка	Показатели оценки
3	Записано вычисление модуля комплексного числа. Записана формула для вычисления вспомогательного угла.
4	Записано вычисление модуля комплексного числа. Записана формула для вычисления вспомогательного угла. Записаны формулы для вычисления аргумента комплексного числа в зависимости от четверти.
5	Записано вычисление модуля комплексного числа. Записана формула для вычисления вспомогательного угла. Записаны формулы для вычисления аргумента комплексного числа в зависимости от четверти. Приведена формула тригонометрической формы комплексного числа.

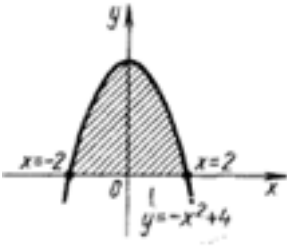
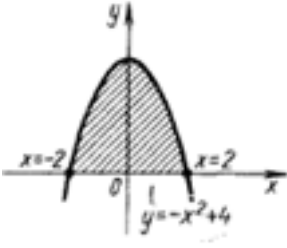
Задание №8

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4$, используя определенный интеграл.

Построить чертеж.

(Один из возможных вариантов задания)

Оценка	Показатели оценки
3	Построен чертеж:  Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования.

4	Построен чертёж:  Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования. Записано выражение для вычисления площади фигуры: $S_1 = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx$
5	Построен чертёж:  Записана формула для вычисления площади фигуры. Найдены пределы интегрирования. Записано выражение для вычисления площади фигуры: $S_1 = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx$ Получен результат: $S = 10\frac{2}{3}$

Задание №9

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - 5x + 7}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Решены два примера
4	Решены три примера, но имеются 1-2 недочета
5	Решены три примера

Перечень практических заданий:

Задание №1

Имеется квадратный лист жести, сторона которого $a=60$. Вырезая по всем его углам равные квадраты и загибая оставшуюся часть, нужно изготовить коробку (без крышки). Каковы должны быть размеры вырезаемых квадратов, чтобы коробка имела наибольший объем?

Оценка	Показатели оценки
3	Записана формула для вычисления объема: $V = (a - 2x)2x$ где x - сторона вырезанного квадрата, равная высоте коробки, $(a - 2x)$ - длина коробки. Найдена производная V' . Вычислены критические точки
4	Записана формула для вычисления объема: $V = (a - 2x)2x$ где x - сторона вырезанного квадрата, равная высоте коробки, $(a - 2x)$ - длина коробки. Найдена производная V' . Вычислены критические точки, проведено исследование на экстремум (max).
5	Записана формула для вычисления объема: $V = (a - 2x)2x$ где x - сторона вырезанного квадрата, равная высоте коробки, $(a - 2x)$ - длина коробки. Найдена производная V' . Вычислены критические точки, проведено исследование на экстремум (max). Вычислена сторона вырезаемого квадрата: $x = a/6$, при которой объем коробки будет наибольший.

Задание №2

. Методом Эйлера найти четыре значения функции y , определяемой уравнением

$$y' = y^2 + \frac{y}{x}$$

при начальном условии $y(2) = 4$, полагая $h=0,1$. Ответ представить таблицей.

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно определен вид функции $f(x,y)$. Правильно вычислены два значения функции y .
4	Правильно вычислены три значения функции y .
5	Правильно вычислены четыре значения функции. Ответ представлен таблицей.

Задание №3

Сжатие x винтовой пружины пропорционально приложенной силе F . Вычислить работу силы F при сжатии пружины на $0,04$ м, если для сжатия ее на $0,01$ м нужна сила 10 Н.

Оценка	Показатели оценки
3	Записаны формулы вычисления работы силы и закон Гука.
4	Записаны формулы вычисления работы A и закон Гука $F = kx$. Вычислен коэффициент k .
5	Записаны формулы вычисления работы A и закон Гука $F = kx$. Вычислен коэффициент k . Вычислено значение работы A .

Задание №4

Вычислите размеры прямоугольной комнаты площадью 25 м², чтобы периметр ее был наименьшим

Оценка	Показатели оценки
3	Составлена функция $y = 2(x + 25/x)$. Вычислена производная.
4	Составлена функция $y = 2(x + 25/x)$. Вычислена производная. Вычислены критические точки. Определены знаки производной в полученных промежутках. Вычислено $y_{\min}$.
5	Составлена функция $y = 2(x + 25/x)$. Вычислена производная. Вычислены критические точки. Определены знаки производной в полученных промежутках. Вычислено $y_{\min}$. Вычислены размеры комнаты.

Задание №5

Решить систему линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - 2y + 2z = -5 \\ 7x + y - z = 10 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно вычислены 2 определителя
4	Правильно вычислены 3 определителя
5	Правильно вычислены 4 определителя. Найдены x , y , z .

Задание №6

Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - 2y + 2z = -5 \\ 7x + y - z = 10 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	С помощью алгебраических преобразований система приведена к треугольному виду
4	С помощью алгебраических преобразований система приведена к треугольному виду. В процессе обратного хода, при вычислении x , y , z допущена ошибка
5	С помощью алгебраических преобразований система приведена к треугольному виду. В процессе обратного хода правильно вычислены x , y , z .

Задание №7

Записать в тригонометрической форме комплексные числа:

$$Z_1 = -2 - 2i \quad \text{и} \quad Z_2 = -3 - 3i$$

Выполнить действия умножения и деления над комплексными числами в тригонометрической форме,

результат записать в тригонометрической форме:

Оценка	Показатели оценки
3	Числа z_1 и z_2 записаны в тригонометрической форме.
4	Числа z_1 и z_2 записаны в тригонометрической форме. Выполнены действия умножения или деления
5	Выполнены действия умножения и деления над комплексными числами в тригонометрической форме, результат записан в тригонометрической форме