Перечень теоретических и практических заданий к экзамену по ЕН.01 Элементы высшей математики (2 курс, 4 семестр 2022-2023 уч. г.)

Форма контроля: Контрольная работа (Опрос)
Описательная часть: по выбору выполнить одно теоретическое и два практических задания

Перечень теоретических заданий:

Задание №1

Опишите виды уравнения прямой: каноническое, в общем виде, проходящей через две точки, через угловой коэффициент,

через нормальный вектор. Приведите примеры для каждого вида.

Оценка	Показатели оценки
5	Описаны все виды уравнения прямой, приведены примеры.
4	Описаны 4 вида уравнения прямой.
3	Описаны 3 вида уравнения прямой.

Задание №2

Дайте определение понятию матрица. Перечислите операции над матрицами и приведите их примеры.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение матрицы, описаны операции над матрицами, приведены примеры.
4	Дано определение матрицы, описаны операции над матрицами.
3	Дано определение матрицы.

Задание №3

Дайте определение понятию производная функции. Опишите ее геометрический смысл. Приведите примеры производных функций.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение производной функции, описан ее геометрический смысл, првиедены примеры.
4	Дано определение производной функции, описан ее геометрический смысл.
3	Дано определение производной функции.

Задание №4

Дайте определение понятиям: числовая последовательность, предел последовательности. Приведите примеры последовательностей и их пределов.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение последовательности, предела, приведены примеры.
4	Дано определение последовательности, предела.
3	Дано определение последовательности.

Задание №5

Дайте определение понятию неопределенный интеграл. Перечислите его основные свойства. Приведите примеры свойств неопределенного интеграла.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение неопределенному интегралу, перечисленны его свойства , приведены примеры.
4	Дано определение неопределенному интегралу, перечисленны его свойства.
3	Дано определение неопределенному интегралу.

Задание №6

Дайте определение понятию неопределенный интеграл. Перечислите его основные свойства. Приведите примеры свойств неопределенного интеграла.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение неопределенному интегралу, перечисленны его свойства , приведены примеры.
4	Дано определение неопределенному интегралу, перечисленны его свойства.
3	Дано определение неопределенному интегралу.

Задание №7

Дайте определение понятию первообразной функции. Перечислите теоремы о первообразных. Приведите примеры вычисления первообразных функций.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение первообразной, перечисленны теоремы о превообразных, приведены примеры.
4	Дано определение первообразной, перечисленны теоремы о превообразных.
3	Дано определение первообразной.

Задание №8

Дайте опредделние понятию определенный интеграл. Перечислите его основные свойства. Приведите примеры свойств определенного интеграла.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение определенного интеграла, перечисленны его свойства, приведены примеры.
4	Дано определение определенного интеграла, перечисленны его свойства.
3	Дано определение определенного интеграла.

Задание №9

Дайте определение понятия обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Приведите алгоритм нахождения общего и частного решения

уравнения. Приведите примеры обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, приведен алгоритм нахождения общего и частного решения, приведены примеры.
4	Дано определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, приведен алгоритм нахождения общего и частного решения.
3	Дано определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

Задание №10

Дайте определение понятию определенный интеграл. Приведите формулу Ньютона – Лейбница. Првиедите пример вычисления определенного интеграла.

Оценка	Показатели оценки
5	Дано определение определенному интегралу, приведена формула Ньютона-Лейбница, приведены примеры.
4	Дано определение определенному интегралу, приведена формула Ньютона-Лейбница.
3	Дано определение определенному интегралу.

Задание №11

Дайте определение комплексному числу. Перечислите свойства операций над комплексными числами. Приведите примеры операций над комплексными числами.

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение комплексного числа.
4	Дано определение комплексного числа, перечисленны операции над комплексными числами.
5	Дано определение комплексного числа, перечисленны операции над комплексными числами, приведены примеры.

Задание №12

Дайте определение (формулу) алгебраической и геометрической форме записи комплексных чисел. Приведите примеры.

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение алгебраической формы записи комплексного числа.
4	Дано определение алгебраической и геометрической формы записи комплексного числа.
5	Дано определение алгебраической и геометрической формы записи комплексного числа, приведены примеры.

Задание №13

Дайте определение сходимости и суммы ряда. Приведите примеры сходящихся и расходящихся рядов.

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение сходимости ряда.
4	Дано определение сходимости и суммы ряда.
5	Дано определение сходимости и суммы ряда, приведены примеры сходящихся и расходящихся рядов.

Задание №14

Дайте определение признакам Даламбера и Коши сходимости рядов. Приведите примеры сходимости рядов по Даламберу и по Коши.

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение признаку Даламбера/Коши сходимости рядов.
4	Дано определение признаку Даламбера и Коши сходимости рядов.

5	Дано определение признаку Даламбера и Коши сходимости рядов, приведены примеры сходимости рядов по Даламберу и по Коши.

Задание №15

Сформулируйте и теорему о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Перечистлите свойства абсолютно сходящегося ряда. Приведите примеры абсолютно сходящегося ряда.

Оценка	Показатели оценки
3	Сформулированна теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда.
4	Сформулированна теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда, перечислены свойства абсолютно сходящегося ряда.
5	Сформулированна теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда, перечислены свойства абсолютно сходящегося ряда, приведены примеры.

Задание №16

Дайте определение вектору. Перечислите свойства вектотор. Приведите примеры свойств весторов.

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение вектору.
4	Дано определение вектору, перечисленны свойства векторов.
5	Дано определение вектору, перечисленны свойства векторов, приведены примеры свойств векторов.

Перечень практических заданий:

Задание №1

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3 \\ x + y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -3 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Из СЛАУ составлена матрица.
4	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.

5	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных.

Задание №2

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} 4x - y - z = 4 \\ x - 5y - 2z = 4 \\ 3x + y + 5z = 7 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Из СЛАУ составлена матрица.
4	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.
5	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных.

Задание №3

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} x - 5y + z = -2 \\ 2x + 3y + 2z = 9 \\ 4x - 8y + z = 10 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Из СЛАУ составлена матрица.
4	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.
5	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных.

Задание №4

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ x - 2y + 2z = -5 \\ 7x + y - z = 10 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Из СЛАУ составлена матрица.
4	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.
5	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных.

Задание №5

Решите СЛАУ одним из способов (матричный метод, метод Гаусса, метод Крамера):

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 3y - z = 7 \\ 3x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Из СЛАУ составлена матрица.
4	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения.
5	Из СЛАУ составлена матрица, описан алгоритм решения, получен ответ для неизвестных.

Задание №6

Определить вид кривой второго порядка, найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет и уравнения асимптот

$$25x^2 + 9y^2 = 900.$$

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид кривой второго порядка.
4	Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров.
5	Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.

Задание №7

Определить вид кривой второго порядка, найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет и уравнения асимптот

$$16x^2 - 9y^2 + 144 = 0.$$

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид кривой второго порядка.
4	Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров.
5	Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.

Задание №8

Определить вид кривой второго порядка, найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет и уравнения асимптот

$16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$.

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид кривой второго порядка.
4	Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров.
5	Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.

Задание №9

Определить вид кривой второго порядка, найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет и уравнения асимптот

$16x^2 + 9y^2 = 144$.

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид кривой второго порядка.
4	Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров.
5	Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.

Задание №10

Определить вид кривой второго порядка, найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет и уравнения асимптот

$16x^2 - 9y^2 + 144 = 0$.

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид кривой второго порядка.
4	Определен вид кривой второго порядка, найдены несколько параметров.

5	Определен вид кривой второго порядка, найдены все параметры.

Задание №11

Вычислить интеграл (используя метод замены переменных):

$$\int \sqrt[5]{3x+5}dx$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно выполнена замена переменных.
4	Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новой переменной.
5	Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новой переменной, получен ответ.

Задание №12

Вычислить интеграл (используя метод замены переменных):

$$\int \frac{dt}{(3t-1)^5} dt$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно выполнена замена переменных.
4	Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новой переменной.
5	Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новой переменной, получен ответ.

Задание №13

Вычислить интеграл (используя метод интегрирования по частям):

$$\int (4x^3+6x-7)lnxdx$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно выполнена замена переменных.
4	Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новым переменным.

5	Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новым переменным, получен ответ.

Задание №14

Вычислить интеграл (используя метод интегрирования по частям):

$$\int xe^x dx$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно выполнена замена переменных.
4	Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новым переменным.
5	Правильно выполнена замена переменных, осуществлен переход к новым переменным, получен ответ.

Задание №15

Вычислить интегралы:

$\iint (x+y)dxdy$, где D – прямоугольник $3 \le x \le 5$, $0 \le y \le 2$

Оценка	Показатели оценки
3	Двойной интергал сведен к повторным.
4	Двойной интергал сведен к повторным, правильно расставлены пределы интегрирования.
5	Двойной интергал сведен к повторным, правильно расставлены пределы интегрирования, получен численный ответ.

Задание №16

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 5y' + 6y = 0$$

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид дифференциального уравнения.
4	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде.

5	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде, найдено общее решение дифференциального уравнения.

Задание №17

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 6y' + 13y = 0$$

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид дифференциального уравнения.
4	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде.
5	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде, найдено общее решение дифференциального уравнения.

Задание №18

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$xdy + 2ydx = 0$$

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид дифференциального уравнения.
4	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде.
5	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде, найдено общее решение дифференциального уравнения.

Задание №19

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$\frac{dy}{2x} + ydx = 0$$

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид дифференциального уравнения.
4	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде.
5	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде, найдено общее решение дифференциального уравнения.

Задание №20

Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$x^2dy = y^2dx$$

Оценка	Показатели оценки
3	Определен вид дифференциального уравнения.
4	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде.
5	Определен вид дифференциального уравнения, составлен алгоритм решения данного вида дифференциального уравнения в общем виде, найдено общее решение дифференциального уравнения.

Задание №21

Даны комплексные числа:

$$z_1 = 2 - 3i, \; z_2 = i + 1, \; z_3 = -1 - i.$$

Вычислите:

1) $z_1 + z_2$

2) $z_1 + z_3$

3) $z_1 - z_2$;

4) $z_2 - z_3$

5) $z_1 \cdot z_2$

6) $z_3 \cdot z_2$.

Оценка	Показатели оценки
5	Выполнено 6 заданий.
4	Выполнено 4-5 заданий.
3	Выполнено 3 задания.

Задание №22

Даны комплексные числа:

$z_1 = 2 + i$, $z_2 = 3i + 1$, $z_3 = -2 - i$.

Вычислите:

1) $z_1 + z_2$

2) $z_1 + z_3$

3) $z_1 - z_2$;

4) $z_2 - z_3$

5) $z_1 \cdot z_2$

6) $z_3 \cdot z_2$.

Оценка	Показатели оценки

5	Выполнено 6 заданий.
4	Выполнено 4-5 заданий.
3	Выполнено 3 задания.

Задание №23

Исследовать ряд на сходимость, используя признак сравнения или предел общего члена:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\cdot 2^{2n-1}}$

Используя признак Даламбера, исследовать ряд на сходимость:

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3\cdot 2^n}$

Оценка	Показатели оценки
5	Исследованы 3 ряда.
4	Исследованы 2 ряда.
3	Исследован 1 ряд.

Задание №24

Исследовать ряд на сходимость, используя признак сравнения или предел общего члена:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\cdot(n+3)}$

Используя признак Даламбера, исследовать ряд на сходимость:

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^3}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot (n+1)}$

Оценка	Показатели оценки
5	Исследованы 3 ряда.
4	Исследованы 2 ряда.
3	Исследован 1 ряд.

Задание №25

1) Укажите координаты вектора $\vec{c} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = 2\vec{i}$.

2) Векторы $\vec{a}(3; x; 6)$ и $\vec{b}(6; 6; y)$ коллинеарные. Найдите произведение xy.

3) Даны векторы $\vec{a}(7; 3)$ и $\vec{b}(5; 2)$. Вычислить $|\vec{a} + \vec{b}|$.

Оценка	Показатели оценки
5	Выполнены 3 задания.
4	Выполнены 2 задания.
3	Выполнено 1 задание.

Задание №26

1) Найдите длину вектора $\vec{a}$, если этот вектор коллинеарен вектору $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$.

2) При каком значении n векторы $\vec{a}(n; -2; 1)$ и $\vec{b}(n; 1; -n)$ перпендикулярны?

3) Даны векторы $\vec{a}(6; 2; 1)$ и $\vec{b}(0; -1; 2)$. Найдите длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$

Оценка	Показатели оценки
5	Выполнены 3 задания.
4	Выполнены 2 задания.
3	Выполнено 1 задание.