

**Перечень теоретических и практических заданий к экзамену
по ЕН.01 Математика
(2 курс, 4 семестр 2022-2023 уч. г.)**

Форма контроля: Письменный опрос (Опрос)

Описательная часть: по выбору выполнить один теоретический и одно практическое задание

Перечень теоретических заданий:

Задание №1

Дать определение предела функции в точке. 1-й и 2-й замечательные пределы - записать формулы.

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение предела
4	Дано определение предела и одного из замечательных пределов.
5	Дано определение предела и замечательных пределов

Задание №2

Записать правило вычисления предела функции при x стремящемся к бесконечности:

- если старшая степень переменной в числителе больше, чем в знаменателе;
- если старшая степень переменной в числителе меньше, чем в знаменателе;
- если старшая степень переменной в числителе равна старшей степени переменной в знаменателе

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно приведена одна часть правила
4	Правильно приведены две части правила
5	Правильно приведены три части правила

Задание №3

Дать определение возрастания и убывания функции. Знать правило нахождения интервалов монотонности функции $f(x)$.

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение возрастания и убывания функции. Указана связь между знаками производной и интервалами монотонности функции $f(x)$.

4	Дано определение возрастания и убывания функции. Записано правило нахождения интервалов монотонности функции $f(x)$. Допущены 1-2 недочета.
5	Дано определение возрастания и убывания функции. Записано правило нахождения интервалов монотонности функции $f(x)$

Задание №4

Записать алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$.

Составить касательную к графику функции $f(x) = x^2, a = 3$

Оценка	Показатели оценки
3	Записан алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$.
4	Записан алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$. Составлено уравнение касательной к графику, но допущен недочет
5	Записан алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$. Составлено уравнение касательной к графику функции.

Задание №5

Дать определение производной функции как предела разностного отношения, записать 1-3 формулы производной

элементарных функций

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение производной функции
4	Дано определение производной функции как предела разностного отношения, записаны 1-2 формулы производной элементарных функций
5	Дано определение производной функции как предела разностного отношения, записаны 3 формулы производной элементарных функций

Задание №6

Решить задачу:

Найти путь, пройденный материальной точкой за 10 с от начала движения со скоростью $V = 0,1 t^3$ в/с.

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно записана формула для вычисления пути, пройденного материальной точкой.
4	Правильно записана формула для вычисления пути, пройденного материальной точкой. Подставлены пределы интегрирования. При вычислении пути допущен недочет
5	Правильно записана формула для вычисления пути, пройденного материальной точкой. Подставлены пределы интегрирования. Вычислено значение пути.

Задание №7

Решить задачу:

При движении тела по прямой, расстояние изменится по закону $S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + t - 1$.
Найдите скорость тела через 4 секунды после начала движения.

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно применены формулы производных элементарных функций, правила дифференцирования суммы функций
4	Правильно применены формулы производных элементарных функций, правила дифференцирования суммы функций, найдена скорость, но допущен недочет
5	Правильно применены формулы производных элементарных функций, правила дифференцирования суммы функций, найдена скорость

Задание №8

Вычислить:

$$\int_{-1}^0 (x^2 + 4x - 1) dx$$

1.

$$\int \left(x^9 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$$

2.

Оценка	Показатели оценки
3	Выполнено одно задание из двух
4	Выполнено оба задания, но допущен недочет
5	Выполнены оба задания

Задание №9

Дать определение неопределенного интеграла, записать 1-3 формулы из таблицы интегралов

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение неопределенного интеграла
4	Дано определение производной функции как предела разностного отношения, записаны 1-2 формулы производной элементарных функций
5	Дано определение производной функции как предела разностного отношения, записаны 3 формулы производной элементарных функций

Задание №10

Дать определение матрицы, определителя второго и третьего порядка. Правило вычисления определителя второго и третьего порядка

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение матрицы, определителя второго и третьего порядка.
4	Дано определение матрицы, определителя второго и третьего порядка. Правило вычисления определителя второго

5	Дано определение матрицы, определителя второго и третьего порядка. Правило вычисления определителя второго и третьего порядк
---	--

Задание №11

Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & 2 \\ 2 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Вычислен один определитель
4	Вычислены оба определителя, но допущен недочет
5	Правильно вычислены оба определителя

Задание №12

Представьте в тригонометрической форме:

$$Z_1 = \sqrt{3} - \sqrt{3}i \quad \text{и} \quad Z_2 = 2\sqrt{3} - 2i$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно записано одно комплексное число в тригонометрической форме
4	Записаны оба комплексные числа в тригонометрической форме,но допущены недочеты
5	Правильно записаны оба комплексные числа в тригонометрической форме

Задание №13

Дать определение криволинейной трапеции. Записать формулы вычисления площади криволинейной трапеции в зависимости от ее вида (3 случая)

Оценка	Показатели оценки
3	Дано определение криволинейной трапеции. Записана 1 формула вычисления площади криволинейной трапеции
4	Дано определение криволинейной трапеции. Записаны 2 формулы вычисления площади криволинейной трапеции
5	Дано определение криволинейной трапеции. Записаны формулы вычисления площади криволинейной трапеции в зависимости от ее вида (3 случая)

Задание №14

Решить задачу:

В партии из 10 деталей 7 стандартных. Извлекают 6 деталей. Найти вероятность того, что все выбранные детали - стандартные.

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A
4	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A
5	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A . Вычислена вероятность события A

Перечень практических заданий:

Задание №1

Исследуйте функцию на экстремум:

$$y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x;$$

Оценка	Показатели оценки
3	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции
4	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции. Определен вид экстремума
5	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции. Определен вид экстремума, вычислено его значение

Задание №2

Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$y = 5x + 3x^2 - x^3$$

Оценка	Показатели оценки
3	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции
4	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции. Определен вид экстремума, вычислено его значение.
5	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции. Определен вид экстремума, вычислено его значение. Построен график функции

Задание №3

Представьте в тригонометрической форме: $Z_1 = \sqrt{3} - \sqrt{3}i$ и $Z_2 = 2\sqrt{3} - 2i$

Найдите произведение и частное комплексных чисел Z_1 и Z_2

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

3	Правильно записаны комплексные числа в тригонометрической форме.
4	Правильно записаны комплексные числа в тригонометрической форме, выполнено одно из указанных действий
5	Правильно записаны комплексные числа в показательной форме, выполнены оба указанных действия

Задание №4

Представьте в показательной форме:

$$Z_1 = 4 + 4i,$$

$$Z_2 = -3 + 3i$$

Найдите $Z_1 \cdot Z_2$

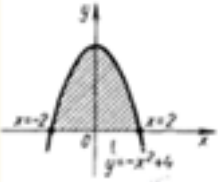
Оценка	Показатели оценки
3	Правильно записаны комплексные числа в показательной форме
4	Правильно записаны комплексные числа в показательной форме, выполнено одно из указанных действий
5	Правильно записаны комплексные числа в показательной форме, выполнены оба указанных действия

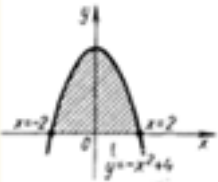
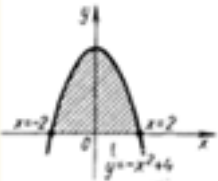
Задание №5

Вычислить площадь фигуры с помощью определенного интеграла:

$$y = -x^2 + 4$$

Построить чертеж.

Оценка	Показатели оценки
3	Построен чертеж:  Найдены пределы интегрирования

4	Построен чертеж:  Найдены пределы интегрирования. Записано выражение для вычисления площади фигуры.
5	Построен чертеж:  Найдены пределы интегрирования. Записано выражение для вычисления площади фигуры. Получен ответ

Задание №6

Вычислить определитель, разложив его по первой строке:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно записано разложение по первой строке
4	Правильно записано разложение по первой строке, вычислены миноры
5	Правильно выполнено задание

Задание №7

Найти сумму матриц $2 \cdot A + B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Вычислена матрица $2A$
4	Выполнено задание, но допущены 1-2 недочета
5	Правильно выполнено задание

Задание №8

1. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наугад отобраны 3 человека.

Найти вероятность того, что все отобранные – женщины (событие A).

Оценка	Показатели оценки
3	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A
4	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A . Вычислена вероятность события A , но допущен недочет
5	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A . Вычислена вероятность события A

Задание №9

В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что по крайней мере одна из взятых деталей окажется стандартной (событие A).

Оценка	Показатели оценки

3	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A .
4	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A . Вычислена вероятность события A , но допущен недочет.
5	Правильно вычислено значение n - число всех возможных исходов и m - число исходов, благоприятствующих событию A . Вычислена вероятность события A .

Задание №10

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 5, \quad x \in [-1; 4]$$

Оценка	Показатели оценки
3	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции
4	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции. Определен вид экстремума, вычислено его значение.
5	Найдена производная, вычислены критические точки. Найдены промежутки возрастания и убывания функции. Определен вид экстремума, вычислено его значение. Вычислены значения функции на границах отрезка. Выбраны наименьшее и наибольшее значения функции.

Задание №11

Сжатие x винтовой пружины пропорционально приложенной силе F . Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Оценка	Показатели оценки
--------	-------------------

3	Записаны формулы: работа силы: $A = \int_a^b f(x) dx$, закон Гука: $F = kx$,
4	Записаны формулы: работа силы: $A = \int_a^b f(x) dx$, закон Гука: $F = kx$, Вычислен коэффициент $k = 1000 \text{ Н/м}$.
5	Записаны формулы: работа силы: $A = \int_a^b f(x) dx$, закон Гука: $F = kx$, Вычислен коэффициент $k = 1000 \text{ Н/м}$, Вычислена работа силы: $A = \int_0^{0.04} 1000x dx = 500x^2 \big _0^{0.04} = 0,8 \text{ (Дж)}$.

Задание №12

Решить систему линейных уравнений с тремя неизвестными одним из способов (методом Крамера или методом Гаусса)

$$\begin{cases} 4x - y - 5z = 1 \\ x + y - 2z = 6 \\ 3x - 2y - 6z = -2 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Система уравнений решена, но допущена одна ошибка
4	Система уравнений решена, но допущен один недочет
5	Система уравнений решена, найдены значения x, y, z .

Задание №13

Решить систему линейных уравнений с тремя неизвестными одним из методов (методом Крамера или методом Гаусса):

$$\begin{cases} 5x - 5y - 4z = -3 \\ x - y + 5z = 11 \\ 4x - 3y - 6z = -9 \end{cases}$$

Оценка	Показатели оценки
3	Система уравнений решена, но допущена одна ошибка
4	Система уравнений решена, но допущен один недочет
5	Система уравнений решена, найдены значения x , y , z .